



DOCUMENTO DE TRABAJO N°27

**“Determinantes del rendimiento
educativo del nivel primario aplicando la
Técnica de Análisis Multinivel”**

Marcos Delprato

Córdoba, Noviembre de 1999

1. Introducción	4
2. La técnica de Análisis Multinivel	5
2.1. Los datos jerárquicos y el problema multinivel	5
2.2. Ambito de aplicación y métodos de estimación	7
2.3. El propósito de los modelos de multinivel	12
2.3.1. Modelos de 2 y 3 niveles: formalización	13
2.3.2. Propósitos de los modelos multinivel	19
3. Hipótesis y metodología de trabajo	22
3.1. Hipótesis y método de estimación del modelo de 2 niveles	22
3.1.1. PASO 1: Oneway ANOVA con efectos aleatorios	23
3.1.2. PASO 2: Means-as- Outcomes Regresion	24
3.1.3 PASO 3: Oneway ANCOVA con efectos aleatorios	26
3.1.4 PASO 4: Random coefficients Models	27
3.1.5 PASO 5: A nonramdoly varying slopes models	29
3.1.6. PASO 6: A Intercepts and Slopes –as-Outcomes Model	29
3.1.7. PASO 7: Efectos composicionales	31
3.1.8. PASO 8: Test de efectividad y equidad por estrato	32
3.2. Hipótesis y método de estimación del modelo de 3 niveles	33
3.2.1. PASO 1: Oneway ANOVA con efectos aleatorios	33
3.2.2. PASO 2: Means-as- Outcomes Regresion	36
3.2.3. PASO 3: Oneway ANCOVA con efectos aleatorios	38
3.2.4. PASO 4: Random coefficients Models	39
3.2.5. PASO 5: A nonramdoly varying slopes models	40
3.2.6 PASO 6: A Intercepts and Slopes –as-Outcomes Model	41
3.2.7. PASO 7: Efectos composicionales	42
3.2.8. PASO 8: Test de efectividad y equidad por estrato	44
3.2.9. PASO 9: Estimación de las brechas de variables “background” entre y dentro de escuelas	45
4. Resultados	47
4.1. Estimaciones para los modelos de 2 niveles	48
4.1.1. Paso 1: ANOVA	48
4.1.2. Paso 2: Means-as- Outcomes Regresion	48
4.1.3. Paso 3: Oneway ANCOVA con efectos aleatorios	50
4.1.4. Paso 4: Random coefficients Models	52
4.1.5. Paso 5: A nonramdoly varying slopes models	55
4.1.6. Paso 6: A Intercepts and Slopes –as-Outcomes Model	56
4.1.7. PASO 7: Efectos composicionales	56
4.1.8. PASO 8: Test de efectividad y equidad por estrato	59
4.2. Estimaciones para los modelos de 3 niveles	60
4.2.1. Paso 1: ANOVA	60
4.2.2. Paso 2: Means-as- Outcomes Regresion	61
4.2.3. Paso 3: Oneway ANCOVA con efectos aleatorios	66
4.2.4 Paso 4: Random coefficients Models	69
4.2.5 Paso 5: A nonramdoly varying slopes models	70
4.2.6. Paso 6: A Intercepts and Slopes –as-Outcomes Model	72
4.2.7. Paso 7: Efectos composicionales	74
4.2.8. PASO 8: Test de efectividad y equidad por estrato	76
4.2.9. PASO 9: Estimación de las brechas de variables “background” entre y dentro de escuelas	80
5. Conclusiones	82

6. Bibliografía	86
7. Apéndice	88
7.1. Mínimos Cuadrados Ordinarios versus Estimadores Multinivel	88
7.2. Métodos de estimación para modelos multinivel	91
7.2.1. Los métodos IGLS y RIGLS	91
7.2.2. Los métodos MQL Y PQL	92
7.2.3. El método (algoritmo) EM	93
7.2.4. El método (algoritmo) MCMC	94
8. Listado de variables utilizadas	95
8.1. Modelo de 2 niveles	96
8.2. Modelo de 3 niveles	97
9. Anexo	99
9.1. Modelos de 2 niveles	99
9.2. Modelos de 3 niveles	112

1. Introducción

Los estudios sobre los determinantes del rendimiento educativo en nuestro país utilizando la técnica de análisis multinivel son escasos. Pese a que el Ministerio de Cultura y Educación ha confeccionado un conjunto de estimaciones aplicando esta metodología sobre la base de los resultados de las pruebas de calidad educativa, los avances metodológicos que a lo largo de esta década ha experimentado esta técnica de estimación, como así también los constantes desarrollos y perfeccionamientos de *softwares* especializados, hacen necesario una re-estimación de aquéllos resultados. Por esto, el presente trabajo se propone, por un lado, establecer cuáles son los principales determinantes del rendimiento del nivel primario para los años 1993 y 1997 y, por el otro, exponer la técnica de estimación con un mayor grado de detalle.

El trabajo comienza en, primer lugar, exponiendo aspectos teóricos vinculados al análisis multinivel. Luego, en los dos puntos siguientes, se presenta el proceso secuencial de estimación y los determinantes del rendimiento para el nivel primario de los años 1993 y 1997 suponiendo, para cada año, estructuras jerárquicas de 2 y 3 niveles. En el último punto se extraen las conclusiones.

2. La técnica de Análisis Multinivel

2.1. Los datos jerárquicos y el problema multinivel

Muchas clases de datos, incluyendo datos recogidos en las ciencias humanas y biológicas, tienen una estructura jerárquica o en forma de cluster¹. Por ejemplo, estudios de herencia efectuados sobre humanos y animales tratan con jerarquías naturales, donde los hijos (descendientes) están agrupados dentro de las familias. Ellos, a su vez, tienden a parecerse más a sus padres en sus características físicas y mentales que individuos escogidos al azar de la población. En segundo lugar, muchos experimentos también crean datos jerárquicos, por ejemplo, los diseños experimentales en las clínicas son llevados a cabo en centros y grupos de individuos elegidos aleatoriamente (Goldstein; 1995).

El término jerarquía define unidades agrupadas en diferentes niveles. Así, los hijos serían las unidades del nivel 1 en una estructura de datos de 2 niveles, donde el nivel 2 está dado por las familias; los estudiantes (las unidades del nivel 1) están agrupados dentro de las escuelas (las unidades del nivel 2).

La existencia de tales datos jerárquicos no es accidental ni debe ser ignorada. Tanto las personas como los animales y su necesaria diferenciación se refleja en toda clase de actividades sociales, donde esta última es un resultado directo de la primera. Un ejemplo de esto es el caso de estudiantes con las mismas motivaciones o aptitudes son agrupados en escuelas altamente selectivas. En otros casos, sin embargo, el agrupamiento puede presentarse por razones menos asociadas a las características de los individuos, por ejemplo, la asignación de los jóvenes al nivel medio, o la asignación de los pacientes a las distintas clínicas. No obstante, una vez que el agrupamiento es definido, aun si su conformación es o no aleatoria, ellos tenderán a diferenciarse y esta diferenciación implica que tanto el grupo como sus miembros afectarán y serán afectados por la relación dada en el grupo. El hecho de ignorar la importancia de los efectos de los grupos puede invalidar las

¹ Se entiende por “cluster” un agrupamiento que contiene elementos de un menor nivel. Por ejemplo, en una muestra, el conjunto de familias en un vecindario. El “nivel”, por otra parte, es un componente de los datos jerárquicos. El nivel 1 es el menor nivel; por ejemplo, estudiantes dentro de las escuelas o medidas repetidas para un mismo individuo.

técnicas de análisis estadístico tradicionales, usadas generalmente para el estudio de las relaciones entre datos con esas características (Goldstein; 1995).

Una forma general de observar los datos multinivel es investigar las hipótesis correspondientes a los distintos niveles (cross level hypotheses), o el problema multinivel. El problema multinivel es un problema concerniente a la relación entre variables medidas en diferentes niveles jerárquicos. Por ejemplo, una pregunta común es cómo un número de variables grupales e individuales pueden influir en la variable dependiente individual. El objeto del análisis es determinar el efecto directo de las variables explicativas individuales y grupales, y determinar si las variables explicativas del nivel grupal sirven como moderadores de las relaciones a nivel individual. Si las variables a nivel grupal moderan las relaciones a nivel individual, esto estaría mostrando una interacción estadística entre las variables explicativas de los diferentes niveles (Hox; 1995).

Previamente, algo se mencionó sobre la necesidad de la aplicación -en poblaciones jerárquicas- de la técnica multinivel. Ahora bien, ¿por qué se necesita una técnica especial de Análisis Multinivel en educación? Básicamente, porque en estas poblaciones las observaciones individuales no son generalmente completamente independientes. En efecto, los alumnos de un mismo colegio tienden a parecerse entre ellos debido a un proceso de selección (por ejemplo, algunas escuelas atraerán principalmente alumnos de un nivel socioeconómico elevado, mientras que otras aglutinarán alumnos de estatus socioeconómicos bajos) y a una historia común que los alumnos comparten por el hecho de concurrir a la misma escuela. De esta forma, la correlación promedio (conocida como la correlación intra-clase) entre las variables de los alumnos de la misma escuela será mayor que la correlación de las mismas variables medidas entre los alumnos de escuelas distintas. Los tests estadísticos descansan en el supuesto de independencia de las observaciones, y como este supuesto es violado en esta clase de estructuras poblacionales, los errores estándar estimados de los tests estadísticos tradicionales serán bastante reducidos, y esto conducirá a que la mayoría de los resultados sean significativamente espúreos² (Hox; 1995).

² Para un análisis más formal ver el punto 1 del apéndice.

A la restricción teórica anterior se le suman las ventajas teóricas y conceptuales asociadas a la utilización de esta técnica (ver punto 2.3).

2.2. Ambito de aplicación y métodos de estimación

Los modelos multinivel o jerárquicos se presentan frecuentemente en las siguientes cinco clases de aplicaciones:

- ✓ Estos modelos son comunes en áreas como la salud y la educación, en las que los datos se presentan de una forma anidada o jerárquica; por ejemplo, pacientes dentro de hospitales, o estudiantes dentro de escuelas. Los modelos jerárquicos también se enmarcan perfectamente en una amplia gama de aplicaciones del gobierno y los negocios, en donde las *muestras cluster* son efectuadas en una o varias etapas, y ofrecen una aproximación unificadora por medio del análisis de los modelos de **efectos aleatorios** (random-effects), de **varianza-covarianza** (variance-components o ANOVA) y de los **modelos mixtos** (mixed models).
- ✓ Una clase diferente de datos anidados se presenta en el **meta-análisis**, en áreas de la medicina y de las ciencias sociales. En este caso el objetivo es combinar información de un número de estudios que tratan esencialmente sobre el mismo fenómeno, con la finalidad de realizar inferencias más precisas que aquellas que se obtendrían de un estudio único. Aquí, la estructura de datos son temas o tópicos dentro de los estudios, con predictores generalmente en ambos niveles: los temas y los estudios³.
- ✓ Cuando los individuos, por ejemplo, en medicina o en educación, se les toma muestras de corte transversal pero son estudiados longitudinalmente, es decir, con valores de la variable dependiente observados en distintos puntos del tiempo para cada individuo, una estructura jerárquica del tipo de las estudiadas en los análisis de **medidas repetidas** (repeated measures) o **curvas de crecimiento** (growth curve) ocurre naturalmente, con las observaciones en diferentes momentos del tiempo anidadas dentro de las personas.
- ✓ Otro ámbito de aplicación es el que surge cuando se trata de modelar los datos como IID (idéntica e independiente distribuidos) en un mayor nivel de agregación, por

³ Un libro clásico sobre el tema es el de Hunter y Schmidt (1990). Para un historia sobre el desarrollo del método ver Banger-Drowns (1986).

ejemplo, pretendiendo que todos los individuos en un experimento muestral provengan homogéneamente de una misma población. Y como la heterogeneidad es más bien la regla que la excepción, y a menudo los predictores disponibles no la explican en grado suficiente, esta heterogeneidad debe ser explicada. Los **modelos mixtos** que emplean **variables latentes** (predictores no observados) en una estructura jerárquica describen esta heterogeneidad. Los ejemplos en este caso abarcan la **estimación de la densidad** (density estimation) con un número desconocido de sub-poblaciones mezcladas y la **modelación Bayesiana no paramétrica**, en las cuales se trabaja con distribuciones cuyos espacios muestrales son por sí mismos un conjunto de distribuciones, en lugar de números reales.

- ✓ Finalmente, los modelos jerárquicos proveen una forma natural para tratar los resultados de los **modelos de selección** (model selection) y de **los modelos de incertidumbre**⁴ (model uncertainty) con todo clase de datos, no sólo para muestras anidadas o variables dependientes repetidas. Por ejemplo, si en la regresión los datos muestran una variación que presumiblemente cambia con los predictores, se puede expandir el modelo y suponer una variación constante, fijándola de manera jerárquica en una familia de modelos que miden la variedad de supuestos sobre la variación de los residuos. Por consiguiente, en lugar de optar por uno de estos modelos y tomar el riesgo de elegir el modelo erróneo, es posible trabajar con una diversidad de modelos al mismo tiempo, ponderándolos en base a la plausibilidad dada por los datos (Draper; 1997).

En lo que se refiere a los métodos de estimación –en el contexto de los modelos multinivel- se encuentran dos grandes ramas, a saber: 1) aquellos que utilizan métodos de máxima verosimilitud y 2) los que se basan en la estadística Bayesiana. A su vez, dentro de cada uno de estos grupos, se encuentran distintas formas de estimación. El cuadro 1 sintetiza las formas de estimación existentes para estructuras de datos multinivel.

⁴ Una exposición detallada de las modelaciones no paramétricas y los modelos de selección e incertidumbre se encuentra en Goldstein (1995), cáp. 9.

Como se observa en el cuadro, y pese a que incluye los métodos de estimación de mayor uso⁵, no deja de sorprender la diversidad de métodos de estimación disponibles. Frente a tal variedad es importante conocer las ventajas de cada uno de éstos, por lo que a continuación se efectúa una breve descripción de cada uno, extrayendo algunas conclusiones⁶.

Cuadro 1
Métodos de estimación para los modelos multinivel

	<i>Método</i>	<i>Abreviatura</i>
<i>Máxima verosimilitud:</i>	Mínimos Cuadrados Generalizados Iterativos	IGLS
	Mínimos Cuadrados Generalizados Iterativos Restringidos	RIGLS
	Cuasi-verosimilitud Marginal	MQL
	Cuasi-verosimilitud Penalizada	PQL
<i>Estadística Bayesiana:</i>	Full Bayes estimation	FB
	Empirical Bayes estimation	EM
	Cadena de Markov - Monte Carlo	MCMC

El método de Mínimos Cuadrados Generalizados Iterativos (IGLS) básicamente es un refinamiento secuencial del procedimiento basado en Mínimos Cuadrados Generalizados (GLS). El método es aplicable a todos los modelos multinivel normales. Este procedimiento produce estimadores sesgados de los parámetros aleatorios debido a que no tiene en cuenta la varianza muestral de la parte fija del modelo. Esto, por su parte, puede ser importante en muestras pequeñas, y se pueden conseguir estimadores insesgados utilizando Máxima Verosimilitud Restringida (REML). Así, el método IGLS se convierte en RIGLS.

Los métodos MQL y PQL se aplican a modelos no lineales con variables dicotómicas. Ambos utilizan para linealizar el modelo multinivel expansiones de la serie de Taylor, aunque el segundo linealiza ambas partes (fija y aleatoria) del valor predecido de

⁵ En el primer grupo de modelos se encuentra el desarrollado por Longford, el cual es un método de máxima verosimilitud utilizando el score de Fisher, si bien formalmente es equivalente a IGLS. Otra variante de IGLS es Mínimos Cuadrados Generalizados Esperados (EGLS). Este se focaliza en la parte fija del modelo usando los estimadores de la parte aleatoria después de la primera iteración, sin ninguna iteración adicional (Goldstein; 1995).

⁶ Una aproximación más formal de los métodos se halla en el punto 2 del apéndice.

la variable dependiente, mientras que el primero sólo la parte fija. Por lo tanto, las estimaciones en base a PQL son más precisas que las obtenidas por medio de MQL

En muchas aplicaciones, el método MQL tiende a subestimar los valores tanto de la parte fija como de la parte aleatoria, especialmente cuando n_{ij} es reducido. Además, se consigue (o se espera) una mayor precisión usando una aproximación de segundo orden en lugar de una de primer orden⁷. Asimismo, en casos en donde la muestra es pequeña, el método RIGLS sería el más adecuado.

En los procedimientos que se apoyan en la estadística Bayesiana, en oposición a las dos ramas restantes de la estadística, la clásica y la frecuencial, la probabilidad es definida en términos de grados de credibilidad, esto es, la probabilidad de un evento está dada por la creencia de cuán probable o no es para un individuo (investigador) que el evento ocurra⁸. Este grado de credibilidad, por su parte, depende de la información cualitativa y/o cuantitativa y no necesariamente de la frecuencia relativa de un evento en un gran número de experimentos futuros hipotéticos. Una de las características centrales de la estadística Bayesiana es que la incertidumbre sobre los valores desconocidos de los parámetros puede ser expresada en términos de la distribución de probabilidad, es decir, la distribución de probabilidad subjetiva de los parámetros resume el conocimiento del individuo sobre los parámetros. Este conocimiento puede existir antes de observar la muestra, en cuyo caso la distribución se denomina *distribución previa*, o puede ser el resultado de la información “previa” y la muestral -*distribución posterior*-.

El procedimiento que combina la distribución previa con la información muestral y por el cual se obtiene la distribución posterior es conocido como el *Teorema de Bayes*,

$$\text{información posterior} \propto \text{información muestral} \times \text{información previa} \quad (2.2.1)$$

⁷ En un artículo reciente Goldstein y Rasbash han demostrado las ventajas al pasar de aproximaciones de Taylor de primer a segundo orden en estimaciones que utilizan PQL, no así en el caso de MQL en donde la mejora es modesta (Goldstein y Rasbash; 1999).

⁸ La diferencia conceptual principal entre la aproximación Bayesiana y la Frecuencial es que, mientras en esta última se supone que las variables aleatorias capturan la características relevantes del proceso de muestreo de la población, en la Bayesiana las variables aleatorias nos muestran la incertidumbre sobre magnitudes (parámetros) desconocidas (Draper; 1997).

donde \propto significa “directamente proporcional a”. Simbólicamente (2.2.1) se puede expresar como,

$$g(\mathbf{q}|y) \propto l(\mathbf{q}|y) g(\mathbf{q}) \quad (2.2.2)$$

donde (2.2.2) nos muestra que la información previa sobre el parámetro \mathbf{q} , expresada en términos de la función de densidad $g(\mathbf{q})$, es modificada por la información muestral representada por la función de verosimilitud $l(\mathbf{q}|y)$ para obtener la información posterior sobre \mathbf{q} , dada por la función de densidad posterior $g(\mathbf{q}|y)$ (Greene; 1993).

En el cuadro 1 se definieron tres métodos dentro de la estadística Bayesiana para los modelos multinivel. El *método FB*, requiere de una distribución previa de los parámetros aleatorios, y los coeficientes de la parte fija del modelo se supone que son “intercambiables”. El significado de este concepto es esencial para la estadística Bayesiana⁹. Una estimación alternativa a *FB* es *EM* (ver apéndice), la cual ignora la distribución previa de los parámetros aleatorios tratándolos como magnitudes conocidas para propósitos de inferencia. Cuando se supone normalidad, estos estimadores coinciden con IGLS y RIGLS.

Finalmente, el algoritmo MCMC aprovecha las propiedades de las cadenas de Markov en donde la probabilidad de un evento es condicionalmente dependiente de un estado previo. El mecanismo es iterativo y, en cada etapa, de una distribución normal multivariante se calcula la distribución condicional de cada componente respecto a los restantes, la cual se utiliza para generar una variable aleatoria. Los componentes pueden ser variaciones, coeficientes de regresión, matrices de covarianza, etc. Luego de un número apropiado de iteraciones se obtiene la distribución de cada componente el que, por otra parte, se puede usar para generar determinadas características tales como medias y matrices de covarianza. Este procedimiento posee la ventaja de que en muestras pequeñas tiene en cuenta la incertidumbre asociada a la estimación de los parámetros aleatorios y proporciona

⁹ Por ejemplo, si uno en una muestra no tiene la suficiente información como para distinguir entre los individuos que la componen, la incertidumbre entre cada uno de éstos es *simétrica*, en el sentido de que una permutación aleatoria en el orden de la variable relevada para cada individuo no modificará nuestra incertidumbre sobre ellos. Este resultado, que cumple el mismo rol que el supuesto IID (independiente e idénticamente distribuido) de la teoría frecuencial, es conocido como el Teorema de *de Finetti*.

precisas medidas de incertidumbre, lo que a su vez es importante debido a que los métodos de máxima verosimilitud tienden a sobreestimar la precisión al ignorar la incertidumbre (Goldstein; 1995).

Ahora bien, ¿qué se puede decir respecto al ajuste que se logra al utilizar los métodos que utilizan el método de máxima verosimilitud (desde una rama frecuencial) contra los métodos Bayesianos? Browne y Draper (1999), en un estudio de simulación comparan las dos aproximaciones en el ajuste de dos tipos de modelos: de varianza-covarianza y de efectos aleatorios con una distribución logística (RELR). En el método de máxima verosimilitud los resultados se obtienen por IGLS, RIGLS, MQL y PQL; mientras que como modelo Bayesiano el método se basa en MCMC considerando una variedad de distribuciones previas, tanto difusas (en donde poco o nada se a priori sobre las magnitudes de interés) como informativas (en donde existe una vasta información previa). El criterio de evaluación de los modelos es el sesgo y los intervalos nominales versus los actuales. Las conclusiones a las que arriban son:

- ✓ Ambas aproximaciones consiguen estimadores con sesgos similares.
- ✓ Los intervalos que resultan de la aproximación Bayesiana con distribuciones difusas son más precisos que los intervalos de máxima verosimilitud.
- ✓ La distribución informativa previa conduce a mejores o peores estimaciones dependiendo de la calidad de la información previa.
- ✓ *Por lo tanto, los autores recomiendan utilizar el método de máxima verosimilitud durante la fase explorativa del modelo, y la estimación Bayesiana MCMC para la publicación de los resultados finales.*

2.3. El propósito de los modelos de multinivel

El objeto de la presente sección es, en primer lugar, establecer la notación (basada en el programa empleado, HLM 4.04) que se utilizará a lo largo del trabajo bajo las dos estructuras poblacionales supuestas para efectuar las estimaciones (de 2 y 3 niveles) y, en segundo lugar, mencionar algunos aspectos teóricos interesantes que surgen de la aplicación de la técnica multinivel.

2.3.1. Modelos de 2 y 3 niveles: formalización¹⁰

· *Modelo general de 2 niveles:*

Como su nombre lo indica el modelo está compuesto por dos submodelos, uno en el nivel 1 y el otro en el nivel 2. Por ejemplo, si el problema de investigación es sobre datos de estudiantes anidados dentro escuelas, el modelo del nivel 1 representaría las relaciones de las variables a nivel del estudiante y el modelo del nivel 2 capturaría la influencia de los factores escolares. Formalmente, hay $i = 1, \dots, n_j$ unidades del nivel 1 (estudiantes) dentro $j = 1, \dots, J$ unidades del nivel 2 (escuelas).

Modelo del nivel 1:

En el modelo del nivel 1 se representa la variable dependiente para el caso (alumno) i dentro de la unidad j como,

$$\begin{aligned} Y_{ij} &= b_{0j} + b_{1j}X_{1ij} + b_{2j}X_{2ij} + \dots + b_{Qj}X_{Qij} + r_{ij} \\ &= b_{0j} + \sum_{q=1}^Q b_{qj}X_{qij} + r_{ij} \end{aligned} \quad (2.3.1)$$

donde

b_{qj} ($q = 0, 1, \dots, Q$) son los coeficientes del nivel 1;

X_{qij} es el predictor q del nivel 1 para el caso i en la unidad j ;

r_{ij} es el efecto aleatorio del nivel 1; y

σ^2 es la varianza de r_{ij} , la varianza del nivel 1.

Se supone que el término aleatorio se distribuye en forma normal, esto es, $r_{ij} \sim N(0, \sigma^2)$.

Modelo del nivel 2:

Cada uno de los coeficientes b_{qj} definidos en el modelo del nivel 1, se convierten en variables dependientes del modelo del nivel 2,

¹⁰ La siguientes exposición se basa en Bryk , Raudenbush y Congdon (1996).

$$\begin{aligned}
b_{qj} &= g_{q0} + g_{q1}W_{1j} + g_{q2}W_{2j} + \dots + g_{qS}W_{Sj} + m_{qj} \\
&= g_{q0} + \sum_{s=1}^S g_{qs}W_{sj} + m_{qj}
\end{aligned}
\tag{2.3.2}$$

donde

g_{qs} ($q = 0, 1, \dots, S$) son los coeficientes del nivel 2;

W_{sj} es el predictor del nivel 2; y

m_{qj} es el efecto aleatorio del nivel 2.

Se supone que, para cada unidad j del nivel 2, el vector $(m_{0j}, m_{1j}, \dots, m_{Qj})'$ se distribuye como normal multivariante, y cada elemento de m_{qj} tiene una media cero y una varianza,

$$Var(m_{qj}) = t_{qq} \tag{2.3.3}$$

Para cada par de efectos aleatorios q y q' se tiene,

$$Cov(m_{qj}, m_{q'j}) = t_{qq'} \tag{2.3.4}$$

Los componentes de la varianza y covarianza se agrupan en una matriz de dispersión, T , cuya dimensión es $(Q + 1) \times (Q + 1)$.

Los coeficientes del nivel 1 se pueden modelar en el nivel 2 de tres formas distintas,

1. *Coeficiente del nivel 1 fijo,*

$$b_{qj} = g_{q0} \tag{2.3.5}$$

2. *Coeficiente del nivel 1 con variación no aleatoria en las unidades del nivel 2,*

$$b_{qj} = g_{q0} + \sum_{s=1}^S g_{qs}W_{sj} \tag{2.3.6}$$

3. *Coefficiente del nivel 1 con variación aleatoria en las unidades del nivel 2,*

$b_{qj} = g_{q0} + m_{qj}$ o con variables del nivel 2,

$$b_{qj} = g_{q0} + \sum_{s=1}^S g_{qs} W_{sj} + m_{qj} \quad (2.3.7)$$

La dimensión de T depende del número de coeficientes del nivel 1 especificados como aleatorios.

Seguendo a Bryk (1996), tres clases de parámetros se estiman en un modelo jerárquico lineal, a saber: estimadores empíricos de Bayes (EB) de los coeficientes aleatorios del nivel 1; estimadores de mínimos cuadrados generalizados de los coeficientes del nivel 2; y estimadores de máxima verosimilitud de los componentes de la varianza y de la covarianza.

Los estimadores de los coeficientes del nivel 1 (EB) para cada unidad j se componen de un estimador obtenido a partir de los datos para cada unidad y de un estimador de otras unidades similares del nivel 2. Intuitivamente, las estimaciones de los coeficientes del nivel 1 mejoran haciendo uso de toda la información disponible (Kreft; 1996). Las ponderaciones están dadas por la precisión en la estimación de cada uno de estos dos elementos¹¹.

La estimación de los coeficientes del nivel 2 por GLS incorpora la diferente precisión de la información proporcionada por las J unidades. Esta precisión es computada como la inversa de la varianza de cada unidad, la que a su vez se compone del varianza del error (varianza del nivel 1) y de la varianza de los parámetros (varianza del nivel 2).

Finalmente, dado que en la mayoría de las aplicaciones los datos no son balanceados, esto es, las unidades del nivel 2 no tienen el mismo tamaño muestral, por medio de los métodos tradicionales para la estimación de la varianza y covarianza no se consiguen estimadores eficientes. Así, surge una técnica alternativa, el algoritmo EM (ver apéndice 7.2.4).

¹¹ La combinación óptima de estos dos estimadores es:

$b^*_j = \Lambda_j \hat{b}_j + (I - \Lambda_j) W_j \hat{g}$ donde $\Lambda_j = T(T + V_j)^{-1}$ es el ratio de la matriz de dispersión de b_j relativa a la matriz de dispersión para \hat{b}_j , la cual contiene las dispersions de los parámetros y de los errores. b_j es estimado por MCO y g por GLS.

· **Modelo general de 3 niveles:**

El modelo de tres niveles se compone de tres submodelos. Siguiendo con el ejemplo del sector educativo, el nivel 1 podrían ser los alumnos, el nivel 2 las aulas y el nivel 3 las escuelas. En esta estructura jerárquica hay $i = 1, \dots, n_{jk}$ unidades del nivel 1 (estudiantes), los que se hallan dentro $j = 1, \dots, J_k$ unidades del nivel 2 (aulas), las que a su vez se encuentran en $k = 1, \dots, K$ unidades del nivel 3 (escuelas).

Modelo del nivel 1:

En el modelo del nivel 1 se representa la variable dependiente para el caso (alumno) i dentro de la unidad j y la unidad k del nivel 3,

$$\begin{aligned} Y_{ijk} &= P_{0,jk} + P_{1,jk} a_{1ijk} + P_{2,jk} a_{2ijk} + \dots + P_{p,jk} a_{pijk} + e_{ijk} \\ &= P_{0,jk} + \sum_{p=1}^P P_{p,jk} a_{pijk} + e_{ijk} \end{aligned} \quad (2.3.8)$$

donde

$P_{p,jk}$ ($p = 0, 1, \dots, P$) son los coeficientes del nivel 1;

a_{pijk} es el predictor p del nivel 1 para el caso i en la unidad j del nivel 2

y en la unidad k del nivel 3;

e_{ijk} es el efecto aleatorio del nivel 1; y

σ^2 es la varianza de e_{ijk} , la varianza del nivel 1.

Se supone que el término aleatorio se distribuye en forma normal, es decir, $e_{ijk} \sim N(0, \sigma^2)$.

Modelo del nivel 2:

Cada uno de los coeficientes $P_{p,jk}$ del modelo del nivel 1 se transforman en variables dependientes del modelo del nivel 2,

$$\begin{aligned}
P_{pjk} &= b_{p0k} + b_{p1k} X_{1,jk} + b_{p2k} X_{2,jk} + \dots + b_{pQ_p k} X_{Q_p,jk} + r_{pjk} \\
&= b_{p0k} + \sum_{q=1}^{Q_p} b_{pqk} X_{qjk} + r_{pjk}
\end{aligned} \tag{2.3.9}$$

donde

b_{pqk} ($q = 0, 1, \dots, Q_p$) son los coeficientes del nivel 2;

X_{qjk} es el predictor del nivel 2; y

r_{pjk} es el efecto aleatorio del nivel 2.

El vector $(r_{0,jk}, r_{1,jk}, \dots, r_{p,jk})'$ se distribuye normal multivariante, con media cero y una varianza para r_{pjk} igual a,

$$Var(r_{pjk}) = \mathbf{t}_{pq} \tag{2.3.10}$$

Y para cada par de efectos aleatorios q y q' ,

$$Cov(r_{pjk}, r_{p'jk}) = \mathbf{t}_{pq'} \tag{2.3.11}$$

La matriz de dispersión T_p , de dimensión $(P + 1) \times (P + 1)$, contiene los componentes de la varianza y covarianza del nivel 2.

Al igual que en el modelo de 2 niveles, los coeficientes del nivel 1 se pueden modelar en el nivel 2 bajo las siguientes alternativas,

1. *Coeficiente del nivel 1 fijo en las unidades del nivel 2,*

$$P_{pjk} = b_{p0k} \tag{2.3.12}$$

2. *Coeficiente del nivel 1 que varía en forma no aleatoria a lo largo de las unidades del nivel 2,*

$$P_{pjk} = b_{p0k} + \sum_{q=1}^{Q_p} b_{pqk} W_{qjk} \tag{2.3.13}$$

3. Coeficiente del nivel 1 que varía aleatoriamente a lo largo de las unidades del nivel 2,

$$p_{pjk} = b_{p0k} + r_{pjk} \quad \text{o con variables del nivel 2,}$$

$$p_{pjk} = b_{p0k} + \sum_{q=1}^{Q_p} b_{pqk} X_{qjk} + r_{pjk} \quad (2.3.14)$$

Modelo del nivel 3:

Los coeficientes b_{qj} definidos en el modelo del nivel 2, se representan como variables dependientes en el modelo del nivel 3,

$$b_{pqk} = g_{pq0} + g_{pq1}W_{1k} + g_{pq2}W_{2k} + \dots + g_{pqS_{pq}}W_{S_{pq}k} + m_{pqk}$$

$$= g_{pq0} + \sum_{s=1}^{S_{pq}} g_{pqs}W_{sk} + m_{pqk} \quad (2.3.15)$$

donde

g_{pqs} ($s = 0, 1, \dots, S_{pq}$) son los coeficientes del nivel 3;

W_{sk} es el predictor del nivel 3; y

m_{pqk} es el efecto aleatorio del nivel 3.

Para cada unidad k del nivel 3, el vector de efectos aleatorios (m_{pqk}) se distribuye normal multivariante, con una matriz de covarianza T_b , cuya dimensión máxima está dada por,

$$\sum_{p=0}^p (Q_p + 1) \times \sum_{p=0}^p (Q_p + 1)$$

Los coeficientes del nivel 2 se pueden modelar como,

1. Como fijos,

$$b_{pqk} = g_{pq0} \quad (2.3.16)$$

2. Con variación no aleatoria en las unidades del nivel 3,

$$b_{pqk} = g_{pq0} + \sum_{s=1}^S g_{pqs} W_{sk} \quad (2.3.17)$$

3. Con variación aleatoria en las unidades del nivel 2,

$$b_{pqk} = g_{pq0} + m_{pqk} \quad \text{o con variables del nivel 3,} \quad (2.3.18)$$

$$b_{pqk} = g_{pq0} + \sum_{s=1}^S g_{pqs} W_{sk} + m_{pqk}$$

La dimensión de T_b depende del número de coeficientes del nivel 3 especificados como aleatorios.

2.3.2. Propósitos de los modelos multinivel

Los modelos presentados en el punto precedente se han constituido en una forma de solución a diversos problemas. Entre éstos últimos se encuentran: los datos dispersos (sparse data), interacciones de nivel transversal (cross level interactions) y, finalmente, mayor eficiencia, menor sesgo y mayor poder (menor error tipo 1) y como estímulo para el desarrollo teórico (Kreft; 1996).

La aplicación de los modelos de coeficientes aleatorios es fructífera en determinadas situaciones e inaplicable en otras. En algunos casos en donde los datos dispersos son un problema para la predicción del comportamiento de un grupo especial de miembros esparcidos, el concepto de *borrowing of strength* es relevante. Otro caso que pone de relieve la utilidad de los modelos presentados es cuando la muestra está compuesta por datos homogéneos; tal homogeneidad implica una elevada correlación intra-clase, como por ejemplo, los miembros de una misma familia, o el estudio de instituciones altamente selectivas.

La solución para los datos dispersos es el método de estimación *Empirical Bayes Maximun Likelihood* (EB/ML), y paralelamente la utilización de toda la información de las unidades del nivel 1, por ejemplo, los estudiantes. La estimación para cada uno de los

estudiantes de las escuelas separadamente, por lo tanto, será una mezcla de sus propios datos y el conjunto de éstos. Si el número de minorías, en el sentido de datos atípicos, es bajo, la ecuación estimada para tal escuela estará basada en la relación encontrada para las otras escuelas, más que en la propia escuela. Lo opuesto también es verdadero: cuando una escuela particular tiene varias “minorías” de estudiantes, la solución obtenida de la totalidad de los datos estará muy próxima a la solución de esa escuela específica. Es en este tipo de situaciones es en donde el concepto *borrowing of strength* entra a jugar un rol: por medio de la estimación de todos los estudiantes con las escuelas de “minorías” de estudiantes reducidas se está “prestando fuerza” (*borrowing strength*) a las escuelas con números de minorías elevadas. Así, la estimación de los efectos de una escuela atípica se encontrará próxima a la solución agregada o de la media del total, aún cuando los resultados para esta escuela se alejen de la media (Kreft; 1996).

En segundo lugar, en los modelos multinivel es posible incorporar interacciones entre las variables de distintos niveles, lo que es muy común en ciencias sociales tales como la educación y la sociología. Básicamente, a través de las variables interacción es factible cuantificar dos tipos de efectos contextuales: 1) Aspectos de la organización tal como la tecnología, estructura o el clima que ejercen una influencia en cada persona dentro de la organización; estos efectos organizacionales modifican sólo el nivel medio de la variable dependiente, permaneciendo inalterado la distribución de los efectos sobre las personas dentro de la organización. En términos estadísticos, solamente la ordenada, β_{0j} , varía a lo largo de las organizaciones; 2) Aquellos efectos organizacionales que afectan el nivel medio de la variable dependiente y cómo los efectos están distribuidos entre los individuos. Estadísticamente, tanto la intersección como la pendiente varían entre unidades (Bryk; 1992).

En el caso de la educación y como ejemplo del segundo tipo de efecto contextual, la teoría educativa postula que el estilo de los profesores difiere, y este estilo es más efectivo para ciertos grupos de estudiantes (los de bajo rendimiento) y no para otros (los que exhiben altos rendimientos). De esta manera, el efecto de los profesores se define como un efecto interactivo entre un maestro y un estudiante determinado. La interacción, por lo tanto, es definida como la efectividad diferencial de una subpoblación específica afectada por un tratamiento diferencial bajo condiciones determinadas. En otras palabras, en vez de

considerar que la escuela le adiciona una constante al conocimiento de cada estudiante, las escuelas son vistas como el mecanismo de modificación de los resultados (conocimiento) dentro de éstas (Kreft; 1995, 1996).

En tercer lugar, ya se expuso algo sobre el menor sesgo y otras ventajas estadísticas de este método. No obstante, lo que vale la pena resaltar es que el mayor grado de generalidad de los modelos multinivel respecto a los modelos tradicionales tiene un costo, a saber: 1) los modelos generales no son parsimoniosos, ya que más parámetros son estimados; 2) los resultados son menos generales, puesto que el mejor modelo ajustado puede ser muy específico para el conjunto de datos recolectados; 3) se necesitan grandes conjuntos de datos para prevenir la inestabilidad de la solución; y 4) el método de estimación de los parámetros de estos modelos es más complicado que en los modelos de regresión lineal con efectos fijos, y sus propiedades son menos conocidas (Kreft; 1996).

Finalmente, la opinión prevaleciente sobre el rol asignado a los modelos multinivel como mecanismo de desarrollo teóricos es variada. Para algunos autores éstos se pueden utilizar con propósitos descriptivos y explorativos, mientras que otros argumentan que la principal función de esta clase de modelos es el testeo de hipótesis y la predicción¹². Longford, por ejemplo, piensa que los modelos proveen un marco apropiado para la descripción de datos en una variedad de contextos; no cree que esta técnica pueda ser usada con propósitos explicativos. Por otro lado, Goldstein, concibe a los modelos multinivel principalmente como una herramienta explorativa para el desarrollo de la teoría. Por último, Bryk (1991) afirma que el propósito al adoptar este modelo es formular y testear hipótesis, tanto como la división de la varianza dentro y entre las escuelas.

¹² La cuestión central de esta polémica gira en torno al debate de la *causalidad* en las ciencias sociales. O en otros términos, la discusión se focaliza en las condiciones necesarias para formular inferencias causales sobre la base de estudios observacionales, condiciones que básicamente dependen de si los datos son experimentales (aleatorios) o no. Una discusión de este tipo se encuentra en Holland (1986).

3. Hipótesis y metodología de trabajo

El estudio se basa en las pruebas de rendimiento realizadas por el Sistema Nacional de Evaluación de la Calidad de la Educación (SINEC), para los años 1993 y 1997 en el nivel primario, cubriendo la totalidad del país.

Para cada año se adoptaron dos estructuras jerárquicas distintas, a saber: a) de 2 niveles, en donde el nivel 1 está dado por los alumnos y el nivel 2 por las escuelas y b) de 3 niveles, con el nivel 1 configurado por los alumnos, el nivel 2 por las escuelas y el nivel 3 por las jurisdicciones. El objeto de esta elección fue tratar de captar, por un lado, las relaciones existentes entre las variables a nivel del alumno con las de las escuelas y, por el otro, modelar las relaciones que se dan en el modelo anterior (de 2 niveles) por medio de variables pertenecientes a las jurisdicciones.

Es por ello que en el punto 3 del artículo se presenta en forma separada la metodología y las hipótesis para uno y otro caso. Asimismo, como se verá a lo largo del desarrollo de este punto, de la secuencia o metodología de estimación surgen nuevas hipótesis (o más bien sub-hipótesis), las cuales se pondrán a prueba en la sección dedicada a los resultados, el punto 4.

3.1. Hipótesis y método de estimación del modelo de 2 niveles

La hipótesis principal¹³ es la siguiente: “la relación a probar es entre la variable dependiente rendimientos escolares y las variables independientes principales, a saber, el capital humano inicial (KH), los recursos de las escuelas (RR), divididos en recursos de capital (RK) y recursos humanos (RH) y la OE, (organización de las escuelas). *Lo principal que hay que demostrar aquí es qué proporción de la variación de los RE puede atribuirse a variables distintas que el KH*”.

¹³ Esta hipótesis fue formulada e investigada en el marco del libro: “Educación para todos” (1999), Llach J., Montoya, S. y F. Roldán, IERAL, Argentina. En el punto 8 se presentan las variables utilizadas en los modelos de 2 y 3 niveles y algunos aspectos teóricos generales vinculados a la definición y forma de medición de las variables en los modelos multinivel.

En general, para seleccionar el modelo uno debe, en primer término, limitarse a parámetros cuya validez haya sido probada en investigaciones previas, o que sean interesantes desde la perspectiva teórica del investigador.

Si no se dispone de teorías rigurosas, se puede utilizar un análisis explorativo para seleccionar el modelo. Un procedimiento atractivo es comenzar con el modelo más sencillo, el ANOVA, incluyendo, paso a paso, varios tipos de parámetros. En cada paso se inspeccionan los resultados, observando qué parámetro es significativo y qué magnitud de error queda en cada nivel. A continuación se describe este proceso secuencial.

3.1.1. PASO 1: Oneway ANOVA con efectos aleatorios

El objeto de este modelo es tener una apreciación previa de las variaciones existentes entre los distintos niveles. Este modelo está caracterizado por dos elementos esenciales: a) posee efectos aleatorios en los dos niveles y b) no incluye variables explicativas en ninguno de los dos niveles. Bajo nuestra hipótesis de 2 niveles el modelo es,

Nivel 1:

$$Y_{ij} = b_{0j} + r_{ij} \quad (3.1.1)$$

donde el error del nivel 1 se distribuye normal con una varianza constante e igual a s^2 .

En este caso, b_{0j} es el promedio de Y de la escuela j-ésima, es decir, $b_{0j} = m_{1j}$.

Nivel 2:

$$b_{0j} = g_0 + m_{0j} \quad (3.1.2)$$

donde g_0 representa el “gran” promedio de Y para la población, y m_{0j} es el efecto aleatorio asociado a la escuela j-ésima y se supone que tiene una media cero y una varianza t_{00} .

Los elementos que se obtendrán a partir de la estimación del ANOVA son:

- b_{0j} , s^2 (varianza del nivel 1) y t_{00} (varianza del nivel 2). t_{00} es la varianza de la verdadera media de la escuela respecto a la media de todas las escuelas de la muestra (la gran media).

- El coeficiente de correlación intraclase:

$$r = t_{00} / (s^2 + t_{00}) \quad (3.1.3)$$

donde r nos da la proporción de la variación de Y_{ij} que corresponde a la variación entre escuelas (nivel 2). Con este coeficiente de correlación uno puede establecer si la mayor parte de la variación se da nivel del alumno o de las escuelas; o el grado de dependencia de las observaciones dentro de cada escuela.

- Una medida de la confianza (I) de las medias muestrales de cada escuela como estimadores de la media verdadera -también sirven para determinar si los coeficientes se deben especificar como aleatorios o fijos -.

- Un test de que las escuelas tienen el mismo rendimiento promedio (es decir, que t_{00} sea nula). También se realizará un test de homogeneidad de la varianza del nivel 1.

3.1.2. PASO 2: Means-as- Outcomes Regresion

Este consiste en la ecuación (3.1.1) para el nivel 1 y, para el nivel 2,

$$b_{0j} = g_{00} + g_{01}W_j + m_{0j} \quad (3.1.4)$$

El objeto del modelo es predecir el rendimiento medio de las escuelas a través de características grupales.

La única diferencia con el modelo anterior es que se agrega una variable en el nivel 2. Es importante destacar que ahora m_{0j} tiene un significado diferente. Anteriormente representaba la desviación de la gran media, ahora, en cambio, es un residuo condicionado por W_j ; lo mismo es aplicable para la varianza: es la varianza residual o condicional de b_{0j} después de controlar por W_j . En las estimaciones, las variables del nivel 2 se irán introduciendo individualmente.

Aparte de los estimadores b_{0j} , s^2 y t_{00} , se obtendrán los siguientes resultados:

- Varianza explicada en el nivel 2:

Comparando los estimadores de t_{00} en los dos modelos precedentes, se puede confeccionar un índice de reducción en la varianza, o para ser más precisos, la varianza explicada por el predictores alternativos del nivel 2. El indicador es,

$$\text{proporción de la varianza explicada en } b_{0j} = \frac{t_{00}(\text{ANOVA}) - t_{00}(W_j)}{t_{00}(\text{ANOVA})} \quad (3.1.5)$$

donde W_j está representada por nseprom, edumprom, edupprom OE, RK y RH. De esta forma podríamos observar si la variabilidad del rendimiento promedio entre escuelas aumenta o disminuye cuando se controla, por ejemplo, por el nivel socioeconómico promedio de la escuela.

- *Correlación intraclase condicional:*

La correlación intraclase condicional dadas las W_j mide el grado de dependencia entre observaciones (rendimiento promedio) dentro de las escuelas que tienen el mismo nivel socioeconómico promedio, recursos humanos y de capital y entre las escuelas públicas y privadas.

- *Confianza condicional:* la confianza de los residuos puede ser menor o mayor que el de las medias muestrales una vez que se controla por las W_j .

- *Homogeneidad de los residuos de las medias de las escuelas:* ¿varían las medias de las escuelas significativamente una vez que se controla por las variables del nivel 2? Para responder este interrogante se testeará la hipótesis: $H_0: t_{00} = 0$. El rechazo de la hipótesis nula estaría indicando que queda una variación significativa del rendimiento promedio entre escuelas por ser explicada.

Por último, para detectar si el modelo del paso 2 mejora la estimación respecto al del paso 1 se tomará la diferencia de los deviances¹⁴.

¹⁴ El deviance es igual a: $D_0 = -2 \log(L_0)$, donde L_0 es el valor máximo del estimador de verosimilitud bajo la hipótesis nula (modelo más restringido). Similarmente, para la hipótesis alternativa, se computa un

3.1.3 PASO 3: Oneway ANCOVA con efectos aleatorios

La ecuación el nivel 1 incluye una variable explicativa centrada respecto a la gran media¹⁵, esto es,

$$Y_{ij} = b_{0j} + b_{1j}(X_{ij} - \bar{X}_{..}) + r_{ij} \quad (3.1.6)$$

El nivel 2 se convierte en,

$$b_{0j} = g_0 + m_{0j} \quad (3.1.7)$$

$$b_{1j} = g_1 \quad (3.1.8)$$

Por (3.1.8) se nota que X_{ij} se restringe a que tenga el mismo valor para las unidades del nivel 2 (escuelas), esto es, se fija la componente de la varianza de la pendiente igual a cero.

Se incorporarán, en primer lugar, una de las 3 variables representativas del capital pre-escolar (nse, edupadre y edumadre), naturalmente, la que mejor ajuste (comparando con el deviance del ANOVA); y en segundo lugar, la variable representativa del capital paraescolar; finalmente, se presentará el modelo compuesto por el capital pre y para escolar del alumno.

Se presentarán las estimaciones de los coeficientes y varianza definidos por las ecuaciones (3.1.6) a (3.1.8).

La varianza del nivel 1 es ahora una varianza condicionada a X_{ij} . Por este motivo, se obtendrá la proporción de la varianza del nivel 1 explicada por los predictores definidos del nivel 1, a través de la expresión:

$$\text{proporción de la varianza} = \frac{s^2(\text{ANOVA}) - s^2(\text{Modelo}_i)}{s^2(\text{ANOVA})} \quad (3.1.9)$$

explicada en el nivel 1

D_1 ; luego se toma la diferencia entre los deviances ($D_0 - D_1$) para comparar los modelos, el cual se distribuye χ^2 con los g.l. dados por la diferencia de parámetros estimados en uno y otro modelo.

¹⁵ Existen dos tipos de centralizaciones de las variables independientes. La primera es la centralización respecto a la gran media, que consiste en medir X_{ij} en desvíos respecto a su valor medio poblacional. El segundo tipo de centralización es respecto a la media del grupo j , en nuestro caso sería el valor X_{ij} para el alumno respecto al valor medio de esta variable para la escuela (la unidad j). Así, la interpretación que se haga de los coeficientes, especialmente de la ordenada, dependerá de la clase de centralización escogida.

Esta fórmula nos permite determinar el cambio que se verifica en la varianza dentro de la escuela del rendimiento promedio y que es explicado por los predictores introducidos en cada uno de los 3 modelos.

3.1.4 PASO 4: *Random coefficients Models*

El fin del modelo es determinar si las pendientes de las variables explicativas muestran componentes de variación significativos entre grupos. En este modelo la variable del nivel 1 se centra respecto a la media del grupo j , y se supone que los coeficientes del nivel 1 (por lo menos uno de éstos) varían aleatoriamente en la población de las unidades del nivel 2; sin embargo, no se definen variables en el nivel 2.

Las ecuaciones del modelo son,

$$Y_{ij} = b_{0j} + b_{1j}(X_{ij} - \bar{X}_{.j}) + r_{ij} \quad (3.1.10)$$

$$b_{0j} = g_{00} + m_{0j} \quad (3.1.11)$$

$$b_{1j} = g_{01} + m_{1j} \quad (3.1.12)$$

donde g_{00} es la ordenada promedio de las unidades del nivel 2, g_{01} es la pendiente promedio de la regresión de las unidades del nivel 2, m_{0j} es el incremento único de la ordenada asociado a la unidad j -ésima del nivel 2 y m_{1j} es el incremento único de la pendiente asociado a la unidad j -ésima del mismo nivel.

La matriz de varianza-covarianza es,

$$T = \begin{bmatrix} t_{00} & t_{01} \\ t_{10} & t_{11} \end{bmatrix} \quad (3.1.13)$$

donde t_{00} es la varianza “unconditional” de la ordenada del nivel 1, t_{11} es la varianza “unconditional” de la pendiente del nivel 1, y t_{01} es la covarianza “unconditional” entre la ordenada y la pendiente.

El modelo supone la existencia de una variable en el nivel 1; en nuestro trabajo habrá tantas variables en el nivel de los alumnos como se hayan seleccionado en el paso 3. Es aconsejable efectuar el testeo de la variación aleatoria de las pendientes uno a uno. Las

variables que han sido omitidas en la etapa previa pueden ser analizadas en esta etapa: es posible que una variable explicativa tenga una media estimada no significativa (testado en la etapa 3), pero muestre un componente de variación para esa pendiente significativo. Luego de decidir cuál de las pendientes tienen una variación entre grupos significativa, se reestima el modelo y se testea, por medio de los deviances, si el modelo del paso 4 ajusta mejor que el modelo de la etapa 3.

- *Ecuaciones de regresión promedio dentro de las escuelas.* Se presentarán los coeficientes \mathbf{g}_p , donde p es el número de variables explicativas incluidas en el nivel 1.

- *Variabilidad de las ecuaciones de regresión.* También se presentarán los efectos aleatorios de cada una de las ecuaciones y el testeo de que sean nulos o no. Si se rechaza, por ejemplo, que la varianza de nse sea nula, esto indicaría que la relación entre nse y el rendimiento promedio dentro de las escuelas varían significativamente a lo largo de la población de escuelas o que las escuelas se diferencian en términos de equidad.

- *Confiabilidad.* La confianza en las estimaciones de \mathbf{b}_{0j} y \mathbf{b}_{1j} responden a la siguiente pregunta: ¿cuán confiables, en promedio, son los estimadores de la ordenada y la pendiente de cada escuela basada en MCO para cada una de éstas? El indicador de confianza depende de dos factores: a) el grado en el que los parámetros varían de escuela a escuela y b) la precisión en la estimación de cada ecuación.

La precisión en la estimación de la ordenada de las escuelas depende del tamaño de la muestra, en tanto que la de la pendiente depende, adicionalmente, de la variabilidad de las X_{ij} dentro de la escuela.

- *Varianza explicada en el nivel 1.*

Se comparan las varianzas de nivel 1 de este modelo y el ANOVA:

$$\text{proporción de la varianza explicada en el nivel 1} = \frac{\mathbf{s}^2(\text{ANOVA}) - \mathbf{s}^2(X_{ij})}{\mathbf{s}^2(\text{ANOVA})} \quad (3.1.14)$$

Esta fórmula nos permite determinar el cambio que se verifica en la varianza del rendimiento dentro de la escuela.

Es útil realizar una comparación del cambio en las varianzas que surge al introducir la misma variable explicativa en distintos niveles, por ejemplo, el nivel socioeconómico del alumno y el nivel socioeconómico promedio de la escuela. De esta forma, se determina si el grado de asociación de la variable en estudio es mayor en el macro o micronivel.

- *Correlación entre la ordenada y la pendiente.*

Por ejemplo, si b_{1j} queda como variable del nivel 1 y la correlación es reducida, estaría indicando que existe una asociación reducida entre la media de las escuelas y el nivel socioeconómico.

3.1.5 PASO 5: A nonrandomly varying slopes models

En esta etapa se adicionan las variables explicativas del nivel superior, pero b_{1j} no se considera que tenga una perturbación aleatoria; es decir, si bien esta pendiente varía entre escuelas por W_j su variación no es aleatoria.

$$Y_{ij} = b_{0j} + b_{1j}(X_{ij} - \bar{X}_{\cdot j}) + r_{ij} \quad (3.1.15)$$

$$b_{0j} = g_{00} + g_{01}W_j + m_{0j} \quad (3.1.16)$$

$$b_{1j} = g_{10} + g_{11}W_j \quad (3.1.17)$$

Esto nos permite examinar si estas variables grupales (W_j) explican la variación de la variable dependiente entre grupos. Nuevamente, si se estima por FML, para testear formalmente la mejora en el ajuste se puede utilizar el test chi-cuadrado (diferencia de deviances).

3.1.6. PASO 6: A Intercepts and Slopes –as-Outcomes Model

El modelo tiene variables en el nivel 1 y 2, y tanto la ordenada como la pendiente se modelan con efectos aleatorios,

$$Y_{ij} = \mathbf{b}_{0j} + \mathbf{b}_{1j}(X_{ij} - \bar{X}_{\cdot j}) + r_{ij} \quad (3.1.18)$$

$$\mathbf{b}_{0j} = \mathbf{g}_{00} + \mathbf{g}_{01}W_j + \mathbf{m}_{0j} \quad (3.1.19)$$

$$\mathbf{b}_{1j} = \mathbf{g}_{10} + \mathbf{g}_{11}W_j + \mathbf{m}_{1j} \quad (3.1.20)$$

• *Predictores.*

En primer lugar, se establecerá el tipo de relación entre las W_j con el rendimiento medio. Por ejemplo, se puede dar que el nseprom esté positivamente relacionada con el rendimiento escolar medio y las escuelas privadas tengan un rendimiento promedio más alto que las escuelas públicas. Por otra parte, se tiene la relación entre las variables grupales y en las pendientes (o interacciones entre las variables del nivel 1 y el nivel 2); en este caso, podría suceder que las escuelas de nivel socioeconómico alto (nseprom elevado) tengan pendientes superiores que las escuelas de nivel socioeconómico bajo y que las escuelas públicas tengan, en promedio, pendientes para nse más reducidas que las escuelas privadas.

• *Varianza explicada del nivel 2.*

La varianza estimada del modelo random coefficient regression provee la base para el estadístico:

$$\text{proporción de la varianza explicada en } \mathbf{b}_{qj} = \frac{\mathbf{t}_{qq}(\text{random regression}) - \mathbf{t}_{qq}(\text{fitted model})}{\mathbf{t}_{qq}(\text{random regression})} \quad (3.1.21)$$

donde $\mathbf{t}_{qq}(\text{random regression})$ denota el q-ésimo elemento de la matriz T, estimada bajo random-regression model (expresiones 3.1.10 a 3.1.12), y $\mathbf{t}_{qq}(\text{fitted model})$ representa el elemento correspondiente del método intercepts and slopes-as-outcomes de la matriz T estimada.

Se testeará que las τ_{qq} sean nulas. En el caso de que se rechace la hipótesis nula, por ejemplo, para \mathbf{t}_{00} , se deberán buscar variables adicionales a nivel de la escuela para explicar la variación residual en la ordenada.

Los modelos anteriores se pueden clasificar en base a dos criterios: si son random intercepts models o randomly varying slope models. El ANOVA, el means as outcomes, el ANCOVA y el nonrandomly varying slopes son todos random intercepts model. En tales modelos las varianzas de los componentes son, σ^2 para el nivel 1 y τ_{00} la del nivel 2. En contraposición, los random coefficients y slopes and intercepts-as-outcomes permiten que exista variación en las pendientes y en las ordenadas.

Otra distinción es si los modelos incluyen cross level interaction o no, por ejemplo, $\gamma_{1j}W_j(X_{ij} - \bar{X}_{.j})$ En general, el modelo combinado incluirá tal término si predecimos la variación en una pendiente. Este término lo incluyen 2 de los 4 modelos: el intercepts- and slopes-as-outcomes y el nonrandomly varying slopes.

3.1.7. PASO 7: Efectos composicionales

También es factible agregar no sólo las interacciones entre las variables del nivel 2 y aquéllas variables del nivel 1 que en el paso 4 han demostrado tener variaciones significativas en las pendientes, sino también interacciones entre variables del nivel 2.

Suponiendo que la composición de los estudiantes en las escuelas públicas (y también dentro entre los subestratos de ésta) y privadas varían considerablemente y que estos efectos contextuales podrían afectar los resultados, aún después de ajustar por las características de los estudiantes incluidas en el modelo del nivel 1, se debería modelar el efecto conjunto de la variable OE y las variables contextuales (nseprom, edumprom, edupprom, RK y RH) en el rendimiento promedio (ordenada, β_{0j}), edupadre, edumadre, nse y KH. Se puede suponer que estos efectos contextuales difieren en los dos tipos de escuelas y, en consecuencia, se incluiría un término de interacción entre la variable OE y cada una de las medidas contextuales como predictores del nivel 2.

Se calculan tres efectos composicionales, a saber:

- *Relación del nivel socioeconómico (nseprom) y de los recursos de capital (rk) con el rendimiento medio de la escuela.*

La relación de nseprom y rk con el rendimiento promedio en las escuelas privadas y públicas (y también para los subestratos), respectivamente, se calculó de la siguiente manera:

$$\gamma_{0p} + \text{coeficiente de la variable interacción para el estrato } i$$

donde la variable interacción se forma multiplicando la dummy del estrato correspondiente con nseprom y con rk, y γ_{0p} es el coeficiente de nseprom (rk) modelado en la ordenada del nivel 2.

- *Efecto del sector social en el rendimiento.*

Este efecto se calcula a través de la siguiente expresión:

$$\gamma_{0p} + \gamma_{0p'} * \text{nseprom} * \text{sector}$$

donde γ_{0p} es el coeficiente de la variable dummy del estrato pertinente y $\gamma_{0p'}$ el de la variable interacción para ese estrato.

- *Diferenciación de las clases sociales.*

Este efecto se calcula sumando el coeficiente de nseprom para la pendiente de nse del nivel 1 más el término de interacción para el estrato específico.

3.1.8. PASO 8: Test de efectividad y equidad por estrato

Un *colegio eficiente* se caracterizará por un nivel de rendimiento medio elevado (i.e., un valor positivo sustancial de γ_{00}), y un *colegio equitativo* por un efecto diferencial débil para la clase social (coeficiente de nse) y el background académico (i.e., reducido valor positivo del coeficiente de la variable edumadre). Es decir, la efectividad está dada por la magnitud de la ordenada y la equidad por la magnitud de la pendiente.

Ambos tests se realizaron en dos etapas: sin controlar por ninguna variable y controlando por las variables del nivel 2. Por lo tanto, lo que se está tratando de averiguar es si el mayor rendimiento de un estrato o un grupo de escuelas obedece a la composición “social” de sus estudiantes (medida por las variables educativas y la variable socioeconómica agregada) y/o sus mayores recursos de capital o, en contraposición, a su mejor organización interna. En el caso de la equidad la interpretación es similar.

3.2. Hipótesis y método de estimación del modelo de 3 niveles

La hipótesis para el modelo de 3 niveles es menos precisa. Sin embargo, la modelación de las relaciones prevalecientes entre el rendimiento y las variables independientes de los alumnos y las escuelas así como entre éstas dos a través de predictores de las jurisdicciones permite, a grandes rasgos, evaluar dos aspectos relevantes: 1) cómo la autoridad educativa puede modificar estas pendientes (medidas en el nivel 1 o 2) a través de diversos instrumentos de política (por ejemplo, variables de gasto, de esfuerzo financiero, etc.) y 2) cómo difieren las relaciones estimadas ante características disímiles de las jurisdicciones (por ejemplo, nivel del PIB).

Es decir, en virtud de la clase de variable del nivel 3 que se esté considerando (un instrumento de política –el gasto educativo– o una variable que describe la situación económica de una jurisdicción, el PIB) nos situaremos en la primera o la segunda de las hipótesis.

En lo que resta de esta sección se expondrá, de la metodología de trabajo, aquellas cuestiones que no hayan sido descritas en el punto 3.1.

3.2.1. PASO 1: *Oneway ANOVA con efectos aleatorios*

Bajo nuestra hipótesis de 3 niveles el modelo es,

Nivel 1:

Se modela el rendimiento académico de cada alumno como función de la media de la escuela más el error aleatorio:

$$Y_{ijk} = \mu_{0jk} + e_{ijk} \quad (3.2.1)$$

donde

Y_{ijk} es el rendimiento del alumno i en la escuela j de la jurisdicción k ;

μ_{0jk} es el rendimiento medio de la escuela j en la jurisdicción k ;

e_{ijk} es el efecto aleatorio del alumno, esto es, la desviación del score del alumno ijk de la media de la escuela

Se supone que e_{ijk} se distribuye en forma normal con una media cero y una varianza σ^2 .

El índice i, j y k denota al estudiante, la escuela y la jurisdicción, y su rango es,

$i = 1, 2, \dots, n_{jk}$ alumnos dentro de la escuela j en la jurisdicción k ;

$j = 1, 2, \dots, J_k$ escuelas dentro de la jurisdicción k ; y

$k = 1, 2, \dots, K$ jurisdicciones.

Nivel 2:

La media de cada escuela, μ_{0jk} , es una variable dependiente que varía aleatoriamente alrededor de la media de alguna jurisdicción:

$$\mu_{0jk} = \mu_{00k} + r_{0jk} \quad (3.2.2)$$

donde

μ_{00k} es el rendimiento medio de la jurisdicción k ;

r_{0jk} es el efecto aleatorio de la escuela, esto es, la desviación del score de la escuela jk de la media de la jurisdicción.

Nuevamente, se supone que este efecto se distribuye en forma normal con media cero y varianza σ_p . Dentro de las K jurisdicciones, la variabilidad entre las escuelas se supone que es la misma.

Nivel 3:

El modelo del nivel 3 representa la variabilidad entre jurisdicciones. Se considera que las medias de las jurisdicciones, μ_{00k} , varían aleatoriamente a lo largo de la gran media:

$$\mu_{00k} = \mu_{000} + m_{00k} \quad (3.2.3)$$

donde

μ_{000} es la gran media de las jurisdicciones;

m_{00k} es el efecto aleatorio de la jurisdicción, esto es, la desviación de la media de la jurisdicción k de la gran media.

El efecto aleatorio se supone distribuido en forma normal con una media cero y una varianza t_b .

Los elementos que se obtendrán a partir de la estimación del ANOVA son:

- g_{000} , s^2 (varianza del nivel 1), t_p (varianza del nivel 2) y t_b (varianza del nivel 3). Esto permite estimar la proporción de la varianza dentro de las escuelas (a nivel del alumno), entre las escuelas (dentro de las jurisdicciones), y entre las jurisdicciones,

$$r = s^2 / (s^2 + t_p + t_b) \text{ es la proporción de la varianza dentro de las escuelas} \quad (3.2.4)$$

$$r_1 = t_p / (s^2 + t_p + t_b) \text{ es la proporción de la varianza entre las escuelas} \quad (3.2.5)$$

dentro de las jurisdicciones

$$r_2 = t_b / (s^2 + t_p + t_b) \text{ es la proporción de la varianza entre jurisdicciones} \quad (3.2.6)$$

Con estos coeficientes de correlación intra-clase uno puede establecer si la mayor parte de la variación se da a nivel del alumno, de las escuelas o de las jurisdicciones; o el grado de dependencia de las observaciones dentro de cada escuela para una misma jurisdicción r_1 , o dentro de las jurisdicciones r_2 .

- Las medidas de confianza sirven para determinar si los coeficientes se deben especificar como aleatorios o fijos. Los reliabilities son estimados en los dos niveles: a nivel de la escuela y de la jurisdicción. Para cada escuela jk del nivel 2,

$$\text{Reliability } (p_{0jk}) = t_p / (s^2 / n_{jk} + t_p) \quad (3.2.7)$$

Es el reliability de la media muestral de la escuela versus la media a lo largo de las escuelas de la misma jurisdicción. Para cualquier jurisdicción k del nivel 3,

$$\text{Reliability } (\hat{b}_{00k}) = \frac{t_b}{t_b + [\sum (t_p + s^2 / n_{jk})^{-1}]^{-1}} \quad (3.2.8)$$

es el reliability de la media muestral de la jurisdicción como estimador de la verdadera media.

- Un test de que las escuelas y jurisdicciones tienen el mismo rendimiento promedio (es decir, que t_p y t_b sean nulas, respectivamente). También se realizará un test de homogeneidad de la varianza del nivel 1.

3.2.2. PASO 2: Means-as- Outcomes Regresion

Este modelo consiste de la ecuación (3.2.1) para el nivel 1. En cambio, para el nivel 2 se tiene,

$$p_{0jk} = b_{00k} + \sum_{q=1}^{Q_p} b_{0qk} X_{qjk} + r_{0jk} \quad (3.2.9)$$

donde

b_{00k} es la ordenada de la jurisdicción k cuando se modela el efecto del rendimiento medio de la escuela p_{0jk} ;

X_{qjk} es una característica de la escuela usada como predictor del efecto p_{0jk} ;

b_{0qk} es el coeficiente que representa la dirección y el grado de asociación entre las características de las escuelas y p_{0jk} ;

r_{0jk} es el efecto aleatorio del nivel 2.

Y para el nivel 3:

$$b_{00k} = g_{000} + \sum_{s=1}^{S_g} g_{00s} W_{sk} + m_{00k} \quad (3.2.10)$$

donde

g_{000} es la ordenada (gran media) para b_{00k} ;

W_{sk} es una característica de la jurisdicción;

g_{00s} es el coeficiente que representa la dirección y el grado de asociación entre las características de las jurisdicciones y b_{00k} ;

m_{00k} es el efecto aleatorio del nivel 3.

El objeto del modelo es predecir el rendimiento medio de las escuelas y de las jurisdicciones a través de las características grupales correspondientes a cada nivel.

La única diferencia con el modelo anterior es que se agregan variable en el nivel 2 y 3. Es importante destacar que ahora los residuos (del nivel 2 y 3) son residuos condicionados por X (nivel 2) y W (nivel 3); igualmente la varianza. En el trabajo, las variables del nivel 2 y las del nivel 3 se irán introduciendo de una. Una vez que se hayan obtenido los modelos estructurales para las ordenadas del nivel 2 y 3, se estimará el modelo que incluye ambas ordenadas.

Además de los coeficientes estimados y las varianzas, se obtendrán los siguientes resultados:

- *Varianza explicada en el nivel 2:*

Comparando los estimadores de t_p en los dos modelos precedentes, se obtiene la varianza explicada por el predictores del nivel 2,

$$\text{proporción de la varianza explicada en } \mathbf{P}_{0j} = \frac{t_p(\text{ANOVA}) - t_p(X_{jk})}{t_p(\text{ANOVA})} \quad (3.2.11)$$

donde X_{jk} está representada por nseprom, edumprom, OE, RK y RH (ver punto 3.1).

- *Varianza explicada en el nivel 3:*

De la misma forma, comparando los estimadores de t_b en los dos modelos anteriores, se obtiene la varianza explicada por el predictores del nivel 3. El indicador es,

$$\text{proporción de la varianza explicada en } \mathbf{b}_{00j} = \frac{t_b(\text{ANOVA}) - t_b(W_j)}{t_b(\text{ANOVA})} \quad (3.2.12)$$

La variabilidad del rendimiento promedio entre jurisdicciones podría aumentar o disminuir cuando se controla, por ejemplo, por el producto interno bruto per cápita de la jurisdicción.

- *Correlación intraclase condicional:*

La correlación intraclase condicional dadas las variables introducidas en los distintos niveles mide el grado de dependencia entre observaciones (rendimiento promedio) dentro de las escuelas que tienen el mismo nivel socioeconómico promedio, recursos humanos y de capital y entre las escuelas públicas y privadas (para el nivel 2), o el grado de dependencia entre observaciones dentro de las jurisdicciones que tienen el mismo nivel de pib, gasto por alumno promedio, etc. (nivel 3)

- *Confianza condicional:* los reliabilities de los estimadores son condicionales ya que las varianzas –en este caso del nivel 2 y 3- son varianzas condicionadas por las diversas variables que se han incorporado.

- *Homogeneidad de los residuos de las medias de las escuelas y de las jurisdicciones:* Para el nivel 3, la pregunta sería la siguiente: ¿varían las medias de las jurisdicciones significativamente cuando se controla por las variables del nivel 3? Por último, para detectar si el modelo para la ordenada del nivel 2 y 3 del paso 2 mejora la estimación respecto al del paso 1 se tomará la diferencia de los deviances

3.2.3. PASO 3: Oneway ANCOVA con efectos aleatorios

Al suponerse una estructura jerárquica de 3 niveles, se definen dos grupos de modelos, a saber: a) los que incorporan variables explicativas en el nivel 1 que toman los mismos valores a lo largo de las unidades del nivel 2 y 3; b) con variables explicativas en el nivel 1 y 2, constantes a lo largo de las jurisdicciones.

En el primer caso, la ecuación el nivel 1 incluye una variable explicativa centrada respecto a la gran media, esto es,

$$Y_{ijk} = p_{0jk} + p_{1jk} (a_{ijk} - \bar{a}_{...}) + e_{ijk} \quad (3.2.13)$$

El nivel 2 se convierte en,

$$p_{0jk} = b_{00k} + r_{0jk} \quad (3.2.14)$$

$$p_{1jk} = b_{10k} \quad (3.2.15)$$

y para el nivel 3,

$$b_{00k} = g_{000} + m_{00k} \quad (3.2.16)$$

$$b_{10k} = g_{100} \quad (3.2.17)$$

El segundo tipo de modelo está compuesto por las mismas expresiones que el primero, sólo cambia en que la ecuación (3.2.15) incluye variables del nivel 2 y el coeficiente del nivel 3 asociado a este predictor es fijo entre jurisdicciones,

$$p_{1jk} = b_{10k} + b_{11k}(X_{1jk} - \bar{X}_{..}) + r_{1jk} \quad (3.2.15')$$

$$b_{11k} = g_{110} \quad (3.2.18)$$

Se presentarán las estimaciones de los coeficientes y varianza de los modelos.

La varianza del nivel 1 es ahora una varianza condicionada por a_{ijk} . Por este motivo, se obtendrá la proporción de la varianza del nivel 1 explicada por los predictores definidos en el párrafo anterior a través de la expresión (3.1.9).

3.2.4. PASO 4: Random coefficients Models

El fin del modelo es determinar si las pendientes de las variables explicativas muestran componentes de variación significativos entre escuelas y jurisdicciones. La modelación, de la misma manera que el paso 3, incluye dos variantes: a) las variables del nivel 1 se centran respecto a la media del grupo jk , y se supone que los coeficientes del nivel 1 (por lo menos uno de éstos) varían aleatoriamente en la población de las unidades del nivel 2 y 3; sin embargo, no se definen variables en el nivel 2 y 3; b) las variables del nivel 2 se centran respecto a la media del grupo k (la jurisdicción), suponiendo que por lo menos uno de los coeficientes del nivel 2 exhibe un comportamiento aleatorio entre jurisdicciones.

Por lo tanto, las ecuaciones de los modelos son iguales a los del modelo ANCOVA salvo que todos los coeficientes en su nivel respectivo se modelan como aleatorios.

Luego de decidir cuál de las pendientes tienen una variación entre grupos significativa, se reestima el modelo y se testea, por medio de los deviances, si el modelo del paso 4 ajusta mejor que el modelo de la etapa 3.

- *Ecuaciones de regresión promedio dentro de las jurisdicciones.* Se presentarán los coeficientes \mathbf{g}_{pq} , donde p es el número de variables explicativas incluidas en el nivel 1 y q en el nivel 2.

Una *jurisdicción eficiente* se caracterizará por un nivel de rendimiento medio elevado (i.e., un valor positivo sustancial de \mathbf{b}_{0jk}), y una *jurisdicción equitativa* por un débil efecto diferencial para la clase social (coeficiente de nse) y el background académico (i.e., un reducido valor positivo de los coeficientes de las variables edupadre y edumadre)¹⁶.

- *Variabilidad de las ecuaciones de regresión.* Se presentarán los efectos aleatorios de cada una de las ecuaciones y el testeo de que sean nulos o no.

- *Confiabilidad.* Se presentarán los reliabilities.

- *Varianza explicada en el nivel 1 y 2.*

Se comparan las varianzas del nivel 1 (dentro de la escuela) del primer modelo con la del ANOVA por medio de,

$$\text{proporción de la varianza} = \frac{\mathbf{s}^2(\text{ANOVA}) - \mathbf{s}^2(a_{ijk})}{\mathbf{s}^2(\text{ANOVA})} \quad (3.2.19)$$

explicada en el nivel 1

y la del segundo modelo (entre escuelas para la misma jurisdicción) por (3.2.11).

3.2.5. PASO 5: A nonrandomly varying slopes models

En esta etapa se adicionan variables explicativas del nivel superior (nivel 3) y \mathbf{b}_{1jk} no se considera que tenga una perturbación aleatoria.

¹⁶ Se realizará un test de hipótesis de eficiencia y equidad similar al del análisis de 2 niveles.

$$Y_{ijk} = p_{0jk} + p_{1jk} (a_{ijk} - \bar{a}_{.jk}) + e_{ijk} \quad (3.2.20)$$

$$p_{0jk} = b_{00k} + b_{01k} (X_{01k} - \bar{X}_{.k}) + r_{0jk} \quad (3.2.21)$$

$$p_{1jk} = b_{10k} + b_{11k} (X_{1jk} - \bar{X}_{.k}) + r_{1jk}$$

$$b_{00k} = g_{000} + g_{001} W_k + m_{00k}$$

$$b_{01k} = g_{010} + g_{020} W_k$$

$$b_{10k} = g_{100} + g_{101} W_k$$

$$b_{11k} = g_{110} + g_{111} W_k$$

(3.2.23)

Esto nos permite examinar si las variables grupales de las jurisdicciones (W_k) explican la variación de la variable dependiente entre éstas.

3.2.6 PASO 6: A Intercepts and Slopes –as-Outcomes Model

El modelo tiene variables en el nivel 1, 2 y 3, y tanto la ordenada como la pendiente se modelan con efectos aleatorios. Por lo tanto es idéntico al anterior, pero en el nivel 3 se permite que los coeficientes varíen en forma aleatoria.

- *Predictores.*

Primero se establecerá el tipo de relación entre las W_k con el rendimiento medio. Por ejemplo, se puede dar que el nivel educativo promedio por jurisdicción ($edumpnju$) esté positivamente relacionado con el rendimiento medio por jurisdicción y la Capital Federal tengan un rendimiento promedio más alto que el resto de las jurisdicciones una vez que se controla por esta variable. Por otra parte, se tiene la relación entre las variables grupales y en las pendientes; en este caso, podría suceder que las jurisdicciones de producto interno bruto alto ($pibn = 3$) tengan pendientes *nseprom-rendimiento* superiores que las jurisdicciones de pib bajos ($pibn = 1$).

- *Varianza explicada del nivel 3.*

La varianza estimada del modelo random coefficient regression provee la base para el estadístico:

$$\text{proporción de la varianza} = \frac{t_{b_q}(\text{random regression}) - t_{b_q}(\text{fitted model})}{t_{b_q}(\text{random regression})} \quad (3.2.24)$$

explicada en b_{qk}

donde $\tau_{\beta q}$ (random regression) denota el q-ésimo elemento de la matriz T_β , estimada bajo random-regression model, y $\tau_{\beta q}$ (fitted model) representa el elemento correspondiente del método intercepts and slopes-as-outcomes de la matriz T_β estimada.

Se testeará que las $\tau_{\beta q}$ sean nulas. En el caso de que se rechace la hipótesis nula, por ejemplo, para $\tau_{\beta 0}$, se deberán buscar variables adicionales a nivel de la jurisdicción para explicar la variación residual en la ordenada.

3.2.7. PASO 7: Efectos composicionales

Suponiendo que la composición de los estudiantes y escuelas en las jurisdicciones clasificadas según algún criterio (por ejemplo, nivel de pib dividido en alto, medio y bajo) varían considerablemente y que estos efectos podrían afectar las estimaciones, aún después de ajustar por las características de los estudiantes y de las escuelas incluidas en el modelo del nivel 1 y 2, respectivamente, se debería modelar el efecto conjunto de la variable $(pibn)_i$ y el resto de las variables del nivel 3 (de alto poder explicativo) en el rendimiento promedio de la jurisdicción (ordenada, β_{00k}). Se puede suponer que estos efectos contextuales difieren por grupos (clubes) de jurisdicciones y, en consecuencia, se incluirá un término de interacción entre la variable $(pibn)_i$ y cada una de las medidas contextuales como predictores del nivel 3. Estos efectos contextuales serán calculados para el nivel 1 (efecto de las características de las jurisdicciones en el rendimiento de los alumnos).

A continuación se expone el efecto contextual de las jurisdicciones en las estimaciones del nivel 1. El modelo del nivel 1, suponiendo que 2 de las 4 X_{ij} hayan pasado los tests estadísticos en el paso 4 (random coefficients models), es,

$$Y_{ijk} = p_{0jk} + p_{1jk} \text{edumadre} + p_{2jk} \text{nse} + e_{ijk}$$

y el del nivel 2,

$$p_{0jk} = b_{00k} + r_{0jk}$$

$$P_{1jk} = b_{10k} + r_{1jk}$$

$$P_{2jk} = b_{20k} + r_{2jk}$$

La formulación del modelo del nivel 3 depende del efecto interacción que se desee calcular. En el trabajo se obtendrán 3 efectos composicionales, a saber:

a) *Relación del nivel socioeconómico promedio de la jurisdicción con el rendimiento medio de ésta.*

Este efecto se calcula en la ordenada del nivel 3 de la siguiente forma:

$$\beta_{00k} = \text{Coef. de nseproju} + \text{coef. de la variable interacción para la clasificación } i$$

Las clasificaciones de las jurisdicciones que se utilizarán serán las siguientes:

- Para Capital Federal y el resto del país.
- Para los 2 tipos de gastos y el promedio de ambos.
- Según PIB.
- Según esfuerzo financiero.
- Según recursos de capital de las jurisdicciones.

Salvo la primera clasificación, para las restantes se puede calcular cómo varía la relación del nivel socioeconómico promedio de la jurisdicción con su *rendimiento promedio* según estas últimas variables sean altas, medias y bajas. Por ejemplo, uno puede cuantificar cuál es la relación entre nseproju y β_{00k} si la jurisdicción tiene un nivel de gasto por alumno estatal alto, medio y bajo (de la misma forma para las variables restantes).

b) *Efecto del sector social en el rendimiento en base a la clasificación de las jurisdicciones.*

Este efecto se calcula a través de la siguiente expresión:

$$\beta_{00k} = \text{Coef. de la ordenada de la clasificación } i \text{ (} \beta_{002} \text{)} + \text{coef. de la variable interacción para la clasificación } i * (\text{nseproju})_i$$

c) *Diferenciación social de las clases sociales.*

$$\beta_{20k} = \text{Coef. de nseproju para la pendiente de nse } (g_{01}) + \text{coef. de la variable} \\ \text{interacción para la clasificación } i * (\text{nseproju})_i (g_{02})$$

Por medio de la última expresión se puede calcular como varían las relaciones entre las pendientes nse-promedio si el gasto estatal por alumno de una jurisdicción es alto, medio o bajo; es decir, el impacto del gasto educativo estatal en la equidad.

3.2.8. PASO 8: Test de efectividad y equidad por estrato

Para el cálculo de la efectividad el método que se empleó consistió en tomar distintas variables de background de las jurisdicciones (variables de PBI, variables educativas de las jurisdicciones y de nivel socioeconómico) y, sobre la base de éstas, se definieron tres instrumentos de política, a saber: variables de gasto educativo por alumno, variables de esfuerzo financiero y variables de recursos de capital, con el objeto de apreciar si las ventajas iniciales dadas por las 3 variables de background desaparecían al utilizar los instrumentos de política. Por ejemplo, lo que se busca cuantificar es si la ventaja que supone para una grupo de jurisdicciones del país disponer de un elevado PBI podía ser eliminada a través de una política que tienda a igualar los recursos de capital entre las unidades del nivel 3.

Para la equidad, el test consiste en incluir las tres variables que representan los instrumentos de política en la pendiente del nivel socioeconómico y observar, por un lado, el signo de los coeficientes de las variables-instrumentos, y por otro lado, el nivel de significación. Por ejemplo, si el coeficiente estimado es positivo, el instrumento se lo define como inequitativo en la medida de que su probabilidad sea menor a 0.025; como igualmente inequitativo, si la probabilidad se encuentra en el intervalo 0.025-0.05; y como un instrumento ineficaz para alterar la equidad del sistema educativo, si la probabilidad es mayor a 0.05.

3.2.9. PASO 9: Estimación de las brechas de variables “background” entre y dentro de escuelas

Evidentemente las brechas sólo se pueden medir para aquellas variables que han demostrado ser significativas en el nivel 1 (estudiantes)¹⁷. A priori, se pueden estimar las siguientes brechas entre y dentro de las escuelas: 1) la brecha social, dada por la variable nse; 2) las brechas educativas, a través de las variables del nivel 1 edupadre y edumadre; y 3) la brecha en el capital paraescolar, por medio de la variable kh.

Modelación

La relación entre las características individuales de los estudiantes y su rendimiento especifica el modelo del nivel 1; la variación entre las escuelas dentro de una provincia (jurisdicción) es captada por el modelo del nivel 2; y la variación entre provincias es representado por el modelo del nivel 3. Los predictores del nivel 2 y 3 son centrados alrededor de la media grupal (escuela y provincia, respectivamente). De esta forma, las ordenadas del nivel 2 y 3 pueden ser interpretadas como el rendimiento promedio en cada escuela y provincia.

Suponiendo que sólo dos de las cuatro variables del nivel 1 son significativas, los modelos a estimar serían:

- *Modelo del nivel 1 (a nivel del estudiante):*

$$Y_{ijk} = p_{0jk} + p_{1jk} \times (\text{edumadre}) + p_{2jk} \times (\text{nse}) + e_{ijk}$$

- *Modelo del nivel 2 (a nivel de la escuela):*

$$p_{0jk} = b_{00k} + b_{01k} (\text{edumprom})_{jk} + b_{02k} (\text{nseprom})_{jk} + r_{0jk}$$

donde

p_{0jk} representa el rendimiento o medio de la escuela;

$(\text{edumprom})_{jk}$ es el nivel educativo promedio de la madre en la escuela jk ;

$(\text{nseprom})_{jk}$ es el nivel socioeconómico promedio en la escuela jk .

¹⁷ El presente análisis está basado en Lee, J. (1998).

$$p_{1jk} = b_{10k} + r_{1jk}$$

Donde p_{1jk} representa la diferencia (brecha) educativa (de la madre) en la escuela j de la provincia k .

$$p_{2jk} = b_{20k} + r_{2jk}$$

con p_{2jk} definiendo la diferencia (brecha) social (de la madre) en la escuela j de la provincia k .

▪ *Modelo del nivel 3 (a nivel de la provincia):*

$$b_{00k} = \xi_{000} + m_{00k}$$

$$b_{01k} = g_{010} + m_{01k}$$

$$b_{02k} = g_{020} + m_{02k}$$

$$b_{10k} = g_{100} + m_{10k}$$

$$b_{20k} = g_{200} + m_{20k}$$

donde b_{00k} representa la media en el rendimiento de cada provincia; b_{01k} la brecha educativa entre las escuelas en la provincia k ; b_{02k} la brecha social entre las escuelas en la provincia k ; b_{10k} la brecha educativa dentro de las escuelas en la provincia k ; y b_{20k} la brecha social dentro de las escuelas en la provincia k .

Finalmente, se considerará la relación entre el rendimiento promedio de las provincias y la brecha en el rendimiento a lo largo de los distintos grupos educativos y sociales (correlación entre el rendimiento promedio provincial y las medidas de las brechas en el rendimiento). Por medio de estos coeficientes de correlación se pueden investigar los siguientes aspectos: a) si las provincias con una mayor performance tienden a estar asociadas con menores o mayores brechas de aprendizaje entre alumnos cuyas madres poseen distintos niveles educativos; b) si las provincias de mejor desempeño difieren de las de baja performance en los efectos de la brecha social, esto es, si se verifica o no un trade-off entre equidad y eficiencia.

4. Resultados

En esta sección se presentan las estimaciones del nivel primario para los años 1993 y 1997. En primer lugar, para un modelo de 2 niveles y, en segundo término, para una estructura jerárquica de 3 niveles. La forma de presentación adoptada consiste en mostrar en forma simultánea las estimaciones para cada año, con el fin de visualizar, principalmente, los cambios ocurridos entre esos 4 años en los determinantes del rendimiento en el nivel primario.

Antes de exponer los resultados resulta conveniente presentar los diseños muestrales de los dos años de estudio, ya que las propiedades estadísticas de las estimaciones dependen de la cantidad de unidades existentes en cada uno de los niveles. Estos resultados se exponen en el Cuadro 2.

Cuadro 2
Características de las muestras

Variables	Años	
	1993	1997
número total de alumnos	4749	29878
número de escuelas	338	1490
alumnos por escuela	14	20
coeficiente de correlación intra-clase	0,45	0,45
muestra efectiva	691	3121

Como se observa en el cuadro 2, sin considerar la muestra efectiva¹⁸, se espera que el diseño de 1993 arroje mayores sesgos ya sea para la parte fija de la muestra como para la parte aleatoria, en tanto el número de alumnos por escuela es inferior al diseño de 1997. Teniendo en cuenta las muestras efectivas, y dado que la tasa de cambio del tamaño de la muestra efectiva con respecto a la correlación intra-clase es mayor para diseños muestrales con tamaños de los grupos superiores, también se esperan menores sesgos en el año 97.

¹⁸ La muestra efectiva tiene en cuenta la correlación intra-clase. Este obedece a que, por más que un diseño muestral involucre un número elevado de alumnos por escuela, si la correlación intra-clase es cuantiosa las mejoras estadísticas en las estimaciones se diluyen. La muestra efectiva se calcula como:

$n_{eff} = n / [1 + (n_{clus} - 1)]r$, donde n es el número total de estudiantes en el estudio, n_{clus} el número de estudiantes por escuela y p el coeficiente de correlación intra-clase.

Sin embargo, la ganancia en eficiencia más allá de un tamaño muestral igual a 2500 es relativamente baja, por lo que no nos debería preocupar el número de alumnos ya que el tamaño de la muestra, para ambos años, supera ampliamente esa magnitud (Mok; 1999).

4.1. Estimaciones para los modelos de 2 niveles

Los resultados se exponen siguiendo la secuencia metodológica del punto 3.

4.1.1. Paso 1: ANOVA

La varianza del rendimiento promedio de los alumnos y de las escuelas es inferior en el año 93 (ver anexo 9.1). No obstante, la distribución de la varianza del rendimiento entre y dentro de las escuelas es idéntica en los dos años. En efecto, para ambos años, la variación del rendimiento promedio de los alumnos tiene un comportamiento casi equivalente entre escuelas como dentro de éstas: la proporción de la variabilidad de la variable entre escuelas respecto a la variación total es de 0.45 (coeficiente de correlación intraclass ρ). Además, ambas varianzas son significativamente no nulas, esto es, los alumnos y las escuelas se diferencian respecto al rendimiento alcanzado.

Por otra parte, el rendimiento medio de las escuelas es mayor en el año 97.

4.1.2. Paso 2: Means-as- Outcomes Regresion

Básicamente, aquí se estima el rendimiento medio de las escuelas a través de sus características grupales. A su vez, y como se mencionó en el punto 3, la estimación de este modelo se efectúa en dos etapas: 1) la estimación de cada uno de los predictores del nivel 2 en forma aislada (no presentada en el anexo) y 2) los coeficientes significativos en la primera etapa se estiman de manera conjunta (ver resultados en el anexo 9.1).

Los resultados para los años 1993 y 1997 son los siguientes:

- En los dos años, el nivel socioeconómico promedio de la escuela es la variable de mayor impacto en el rendimiento medio de las escuelas. Sin embargo, como se observa en el gráfico 2, aunque en los dos años es el predictor de mayor poder explicativo de la dispersión en el rendimiento medio entre escuelas, en 1993 explica un 53% mientras que en 1997 el 39%.

- En ambos años, las escuelas privadas rinden más que las públicas; no obstante, para 1993, esto se explica por la gran proporción existente de escuelas públicas provinciales ya que las escuelas públicas municipales tienen un rendimiento levemente superior a las privadas (ver gráfico 1)¹⁹.
- El impacto individual de los recursos de capital es, en ambos años, inferior al de las dos variables precedentes. Sin embargo, en 1993, reducen la dispersión entre el rendimiento medio entre escuelas en casi un cuarto (ver gráfico 2), superando con esta magnitud la varianza del nivel 2 explicada por las variables de estrato. Esto no ocurre en 1997, en donde sumado a la escasa proporción de la varianza del nivel 2 explicada por RK (es del 6%) se produce un descenso en su coeficiente entre el 93 y el 97 de casi el 40%.
- En 1993, no se consiguieron estimaciones significativas para los recursos humanos de la escuela, no estando esta variable disponible para 1997.
- Comparando los efectos conjuntos²⁰ e individuales de cada una de las variables en el gráfico 1, se observa que tanto en 1993 como en 1997 la mayor discrepancia entre ambos se verifica para los recursos de capital. Con el fin de establecer la causa de esta caída se estimó RK con las variables de estrato, por un lado, y con el nivel socioeconómico promedio de la escuela, por el otro. Así, los resultados obtenidos son equivalentes en ambos años: aproximadamente dos tercios de las respectivas reducciones son atribuibles a nseprom y el resto a las dos variables de estrato. Por lo tanto, el descenso del coeficiente de RK se debe a que nseprom se lleva gran parte del efecto de la primera, o en otros términos, escuelas con elevados niveles socioeconómicos promedio muestran cuantiosos recursos de capital. En segundo lugar, en 1993 el rendimiento diferencial de las escuelas privadas y públicas municipales respecto a las públicas provinciales se reduce un poco más de la mitad cuando se

¹⁹ En el gráfico 1, las dummies para las escuelas privadas (privado) y para las públicas municipales (pubmun) se estimaron conjuntamente; por ello, la categoría base son las escuelas públicas provinciales. En el año 1997, las escuelas privadas son más efectivas que cualquiera de los dos subestratos públicos: escuelas urbanas y escuelas rurales, y para este año la categoría base es la totalidad de las escuelas públicas.

²⁰ Las proporciones de las varianzas del rendimiento explicado por los modelos finales es de 57% para 1993, y de 40% en 1997.

comparan escuelas del mismo nivel socioeconómico y con los mismos recursos de capital, de 12.67 a 4.31 y de 14.66 a 6.57, respectivamente. Este comportamiento es más pronunciado en las escuelas privadas (la caída es del 66% para el coeficiente de la variable privado y del 55% para pubmun), lo que estaría indicando que el mayor rendimiento en las escuelas de este sector responde al mayor nivel socioeconómico de sus alumnos y al nivel superior de recursos de capital de que disponen. En 1997 ocurre lo mismo, aunque en este caso la comparación es entre escuelas privadas y públicas.

- En síntesis, los determinantes -a nivel de la escuela- del rendimiento medio no se alteran entre ambos años: el primero, es el nivel socioeconómico promedio de la escuela, el segundo, las variables de estrato, y finalmente, los recursos de capital; aunque la importancia de este último cae notablemente en 1997.

Gráfico 1

Coeficientes de las variables del nivel 2

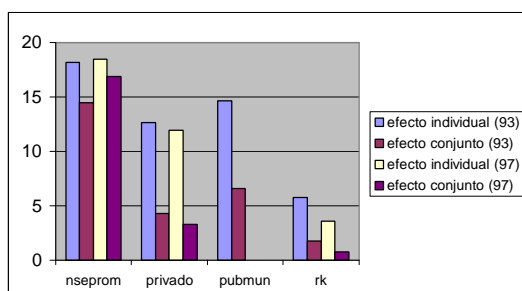
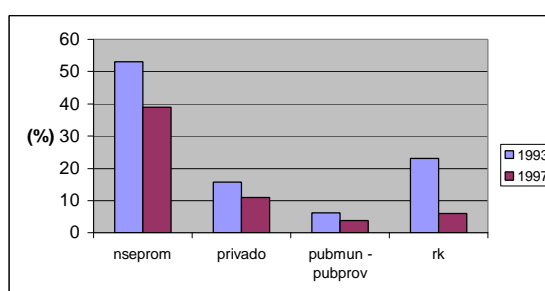


Gráfico 2

Proporción de la varianza entre escuelas explicada por las variables del nivel 2



4.1.3. Paso 3: Oneway ANCOVA con efectos aleatorios

Los impactos individuales de las variables a nivel del alumno (nivel 1) muestran los siguientes vínculos con el rendimiento:

- En el año 1993, el determinante de mayor cuantía es, nuevamente, el nivel socioeconómico del alumno –aunque esta variable tiene un mayor impacto a nivel de la escuela. En 1997, en cambio, el capital paraescolar es la variable de mayor impacto en el rendimiento, esto es, por encima de las variables educativas y del nivel socioeconómico del alumno. Lo interesante es que, pese a que KH exhibe un estimador que se encuentra

un 7% por encima de nse (ver gráficos 3 y 4), duplica la reducción de la variabilidad del rendimiento dentro la escuela respecto a aquélla.

- El segundo determinante en 1993 es el nivel educativo de la madre del alumno, el cual explica prácticamente la misma proporción de la varianza del nivel 1 que el nivel socioeconómico. Por otra parte, el nivel educativo del padre posee un vínculo con el rendimiento de casi la mitad comparándolo con el nivel educativo de la madre, y no contribuye en la explicación de la varianza del nivel 1. Esta diferencia entre los coeficientes de las variables educativas se reduce en 1997, presentando el nivel educativo del padre un efecto similar al de la madre. El orden de jerarquía de las variables del nivel 1 en ese año es: el capital paraescolar, luego el nivel socioeconómico y, finalmente, las variables educativas, con la educación de la madre en primer término y el nivel educativo del padre en el último lugar.

- La reducción de la varianza del nivel 1 –para los dos años- explicada por los predictores de este nivel es siempre escasa (el mayor descenso es del 1.9% y con todos los predictores del 2.4%), aunque en términos generales se consiguen mayores reducciones de la varianza dentro de las escuelas en 1993.

Gráfico 3

Coefficientes de las variables del nivel 1

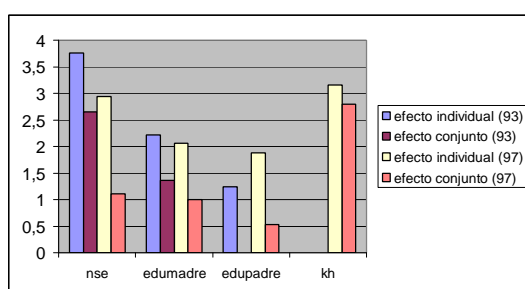
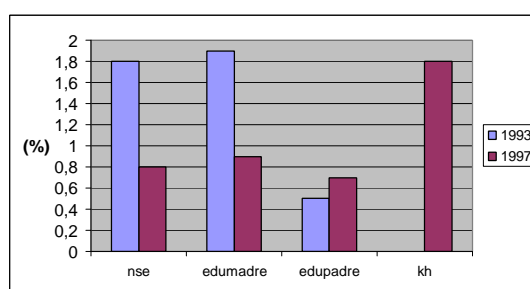


Gráfico 4

Proporción de la varianza dentro de las escuelas explicada por las variables del nivel 1



Respecto a los efectos conjuntos de las variables a nivel del alumno (nivel 1) que resultaron significativas en una primera instancia, se halló lo siguiente:

- En 1993, de las tres variables significativas, nse, edumadre y edupadre, se tuvo que eliminar el nivel educativo del padre²¹. El modelo final estimado, por lo tanto, incluye nse y edumadre, y como se observa en el gráfico 3, el nivel educativo de la madre pierde mayor relevancia una vez que se comparan individuos del mismo nivel socioeconómico respecto a la variable nse controlada por edumadre. En efecto, los coeficientes del nivel socioeconómico del alumno y del nivel educativo de la madre se reducen sobre la base de sus modelos que los incluyen en forma separada un 29% y 38%, respectivamente, y nse duplica el efecto de edumadre. En 1997, por su parte, la diferencia entre ambos coeficientes es la mitad de la existente en 1993.

- En 1997 es sorprendente la escasa reducción en el coeficiente de KH en el modelo final (que incluye aparte de esta variable, las dos variables educativas y el nivel socioeconómico del alumno), siendo el efecto individual de KH casi idéntico a su efecto conjunto. El nivel socioeconómico y los niveles educativos de los padres, sin embargo, muestran reducciones marcadas, siendo este descenso para edupadre y edumadre explicado principalmente por el nivel socioeconómico.

4.1.4. Paso 4: Random coefficients Models

En esta etapa básicamente se testea si las pendientes de los modelos escogidos²² en el paso 3 tienen varianzas entre las unidades del nivel 2 significativas; es decir, si las pendientes de las variables explicativas del nivel 1 muestran componentes de variación significativos entre escuelas.

Para el año 1993 los resultados obtenidos fueron los siguientes:

²¹ Con el fin de averiguar el origen del sesgo en edupadre se estimó, por un lado, la variable edupadre con nse y, por el otro, edupadre con edumadre. En el primer caso el coeficiente de edupadre se redujo notablemente, siendo el coeficiente no significativo a un 14% ($p=0.6$); en la segunda variante, el impacto de edupadre en el rendimiento disminuye aunque no en forma tan pronunciada como en la primera estimación y el coeficiente es significativo. Por consiguiente, el sesgo de edupadre está dado por el efecto conjunto de nse con edupadre.

²² En realidad aquí también se testean las variaciones aleatorias de aquellas pendientes que no hayan resultado significativas en el paso 3. Esto se debe a que puede suceder que una variable explicativa tenga una media estimada no significativa (testado en la etapa 3), pero muestre un componente de variación para esa pendiente significativo.

- No existe evidencia estadística significativa de que las relaciones entre el capital paraescolar y el nivel educativo del padre con el rendimiento varíen entre escuelas.

- En cambio, los coeficientes de edumadre y nse sí exhiben componentes de variación significativos (ver anexo 9.1.), esto es, el grado de inequidad (nse) y el de la relación del nivel educativo de la madre con el rendimiento difiere entre escuelas.

- La correlación o el grado de asociación del rendimiento medio (ordenada) con el nivel socioeconómico del estudiante es un 50% mayor al de aquél con el nivel educativo de la madre.

- Como lo muestra el gráfico 5, de los tres efectos aleatorios del nivel 2, la varianza del rendimiento entre escuelas representa casi la totalidad de la varianza del nivel 2; en segundo lugar, la varianza de las pendientes de nse entre escuelas configuran un 6.41% de la varianza total entre las unidades del nivel 2; y finalmente, el menor efecto aleatorio corresponde a la pendiente de edumadre (de 0.96%), aunque es significativamente no nula.

Gráfico 5

Varianzas entre escuelas de la ordenada y las pendientes del nivel 1 (1993)

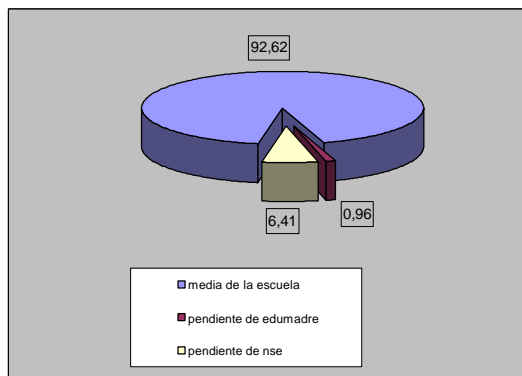
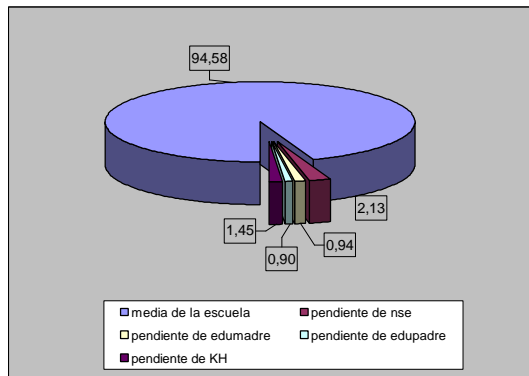


Gráfico 6

Varianzas entre escuelas de la ordenada y las pendientes del nivel 1 (1997)



En 1997, los principales resultados obtenidos fueron:

- Las pendientes para el nivel socioeconómico del alumno y el nivel educativo del padre no varían significativamente entre escuelas, pero sí las de las variables edumadre y KH. Por consiguiente, las escuelas no se diferencian respecto al grado de inequidad

alcanzado; aunque sí lo hacen para una de las variables educativas y para el capital paraescolar.

- Por otra parte, el nivel educativo de la madre pasa a ser un factor de mayor importancia que el nivel socioeconómico del alumno. Es decir, la parte fija del modelo nos da lo siguiente: el capital humano paraescolar prácticamente triplica el efecto de la variable edumadre en el rendimiento del alumno; y el nivel educativo del padre es el determinante de menor importancia, estando bastante lejos de su inmediato superior, la variable nse.

- Al igual que en 1993, prácticamente toda la proporción de la varianza entre escuelas se presenta en el rendimiento medio entre escuelas (94.58%); luego en la pendiente de nse (2.13%), si bien es estadísticamente igual a cero; en tercer lugar, se tiene la varianza de la pendiente del capital paraescolar (1.45%), y por último, la de las dos variables educativas.

- Finalmente, de las correlaciones entre la ordenada y las pendientes el valor de mayor magnitud es para el nivel socioeconómico del alumno, lo que indica que las escuelas con mayores relaciones entre nse y la variable dependiente a nivel del alumno muestran un mayor rendimiento medio. La mitad de este efecto entre nse y rendimiento medio se da para el capital paraescolar. El nivel educativo de la madre, si bien es un determinante esencial del rendimiento individual, no es del todo convincente su vínculo con el rendimiento medio de la escuela; más aún el que le corresponde a la variable edupadre.

- En síntesis, el grado de inequidad –pendiente de nse- difiere entre escuelas en 1993; no así en 1997, en donde todas las escuelas son igualmente inequitativas. En ambos años la evidencia estadística de las varianzas de las relaciones para las variables educativas dan los mismos resultados: no hay diferencias, en las escuelas, para el nivel educativo del padre, pero sí para el nivel educativo de la madre. Asimismo, en los dos años, se observa que las escuelas con mayores relaciones entre el nivel socioeconómico del alumno y el rendimiento muestran un mayor rendimiento medio.

4.1.5. Paso 5: *A nonrandomly varying slopes models*

Como se dijo anteriormente, la idea central de este modelo es modelar las relaciones a nivel del alumno (pendientes del nivel 1) con variables pertenecientes a las escuelas (predictores del nivel 2), suponiendo que estas relaciones son constantes entre las unidades del nivel 2. El componente restante de la parte fija del modelo, el sub-modelo para la media de la escuela, corresponde al seleccionado en el paso 2.

Para el año 93, de la modelación de las pendientes (relaciones) entre el nivel educativo de la madre y el rendimiento, y entre el nivel socioeconómico y el rendimiento a través de las variables de las escuelas, se destacan los siguientes aspectos:

- El nivel socioeconómico promedio de las escuelas explican alrededor de la mitad de la relación existente entre el nivel educativo de la madre con el rendimiento, es decir, escuelas con un nivel socioeconómico superior muestran una mayor dependencia entre el rendimiento y la variable educativa; a su vez, aquella incrementa fuertemente el grado de inequidad (pendiente de nse).
- Del grado de inequidad por estrato se puede decir que las escuelas públicas y públicas provinciales son menos equitativas que las privadas y las públicas municipales, por el hecho de que la relación entre las variables nse y promedio es más elevada²³.

En 1997, los principales resultados al modelar las 4 pendientes del nivel 1 con las variables a nivel de la escuela son:

- En las escuelas privadas, la relación entre el rendimiento de los alumnos y el capital paraescolar o el efecto de un aumento en KH en términos del rendimiento, es mayor que en las escuelas públicas. Sin embargo, no existe evidencia estadística de que las escuelas públicas urbanas tengan ya sea pendientes para nse, edumadre, edupadre y KH distintas de las escuelas privadas y públicas rurales.
- Escuelas con niveles de dotaciones de recursos de capital elevadas están asociadas a relaciones entre el rendimiento con KH, edumadre²⁴, y nse superiores. Por lo tanto, las

²³ Para un análisis más detallado ver la sección 4.1.7 referida a los efectos composicionales.

²⁴ El valor estimado para la dummy “privado” en la pendiente de KH es de 0.72 y la de RK en la pendiente de edumadre es de 0.35. Estas estimaciones forman parte del grupo de modelos preliminares, los cuales no se presentan en el anexo.

escuelas de mayores recursos de capital son las más inequitativas, esto es, el vínculo entre el rendimiento y las variables de background –en nuestro caso, nse y edumadre- es más intenso.

- La influencia del nivel socioeconómico promedio de la escuela sobre la pendiente del capital paraescolar, es la mayor de la de todos los predictores del nivel 2, mostrando también la variable nseprom una relación directa con la pendiente de edupadre.

4.1.6. Paso 6: A Intercepts and Slopes –as-Outcomes Model

En esta etapa se testea si las relaciones (pendientes) estimadas en el paso 5 son aleatorias o no.

De las dos pendientes del nivel 1 para 1993, únicamente la que corresponde al nivel socioeconómico del alumno se modela como aleatoria (ver anexo). Al contralrar por la dummy para las escuelas privadas y por la variable nseprom su varianza se reduce en un 20% (6.39 contra 7.74 del modelo de coeficientes aleatorios). De esta forma si una política tiende a igualar el nivel socioeconómico promedio de las escuelas, las dispersiones entre las relaciones en las escuelas descenderán, es decir –y dado el valor positivo para esta relación- la inequidad entre las entre las escuelas se hará más homogénea.

En 1997, al introducir las variables de las escuelas, la varianza de la pendiente del capital paraescolar es la que más se reduce (de 2.25 a 1.15), siendo el principal factor explicativo de esta reducción el nivel socioeconómico promedio de la escuela, y luego los recursos de capital (ver anexo para un análisis más detallado). Este resultado es sumamente interesante en tanto la mayor reducción en el componente aleatorio de las pendientes se verifica en el coeficiente de mayor magnitud del nivel 1. Así, la autoridad educativa puede homogeneizar el principal determinante del rendimiento entre escuelas a través de una distribución más equitativa de los recursos de capital y con una distribución del ingreso menos dispar.

4.1.7. PASO 7: Efectos composicionales

1) Relación del nivel socioeconómico promedio de la escuela y de los recursos de capital con su rendimiento medio.

Como se observa en el cuadro 7 del anexo para 1993, los establecimientos educativos del sector privado discrepan en forma pronunciada en la relación del nivel socioeconómico promedio de las escuelas con el rendimiento medio respecto a los establecimientos educativos públicos: mientras que en aquéllas el impacto es de tan sólo 2 puntos en el rendimiento medio, en éstas es de casi 11 puntos. De los dos sub-estratos del sector público, el vínculo es más significativo en las escuelas municipales que provinciales. En cambio, en 1997, no se presencian efectos composicionales de este tipo entre los cuatro estratos. En efecto, los establecimientos educativos del sector privado poseen la misma relación entre nivel socioeconómico promedio de las escuelas con su rendimiento medio que los establecimientos educativos públicos. Paralelamente, el mismo fenómeno se da entre los dos sub-estratos del sector público, y entre éstos con las escuelas privadas.

El segundo tipo de efecto composicional, el de los recursos de capital con el rendimiento medio de la escuela, en 1993 es positivo en todos los estratos (el efecto en el sector privado es el doble que en el sector público) y supera al del año 1997 en los estratos públicos y privados. Asimismo, en 1997, la relación de los recursos de capital de la escuela con su rendimiento es el doble si la escuela es privada y no pública; no obstante, la magnitud del efecto de RK sobre el rendimiento medio en el sector público se distribuye de forma desigual entre los estratos: en las escuelas urbanas la estimación es positiva y en las urbanas negativa. En el año 93, si bien este efecto composicional es superior en uno de los sub-estratos públicos (el municipal) al estrato privado, la gran proporción de escuelas provinciales en la muestra lleva a que el efecto que predomine sea el de estas escuelas, mostrando las escuelas públicas un efecto inferior de los recursos de capital en su rendimiento medio.

2) Efecto del sector social en el rendimiento.

En 1993, el rendimiento dentro del estrato de escuelas privadas muestra una tendencia decreciente con el nivel socioeconómico; en los niveles socioeconómicos bajos y medios el rendimiento exhibe una relación positiva con el rendimiento, no así en la clase social alta en donde el vínculo entre esta dos variables es negativo. En el sector público, sin embargo, al pasar de una clase social a otro más elevada el rendimiento se incrementa; las relaciones son negativas para los estudiantes de niveles socioeconómicos medios y bajos, y directa para los de mayor poder adquisitivo. Este comportamiento se fundamenta,

exclusivamente, por los alumnos de escuelas provinciales, ya que los de las escuelas públicas municipales comparten la misma tendencia decreciente que el sector privado. Esto no ocurre en 1997, debido a que en todos los estratos el rendimiento medio de las escuelas muestra una tendencia creciente con las clases sociales, con relaciones negativas para los niveles socioeconómicos promedios de las escuelas bajos y medios, y positivo para las escuelas con niveles socioeconómicos promedios altos. Adicionalmente, y contrariamente a lo que uno podría suponer, el cambio en el rendimiento al pasar de una clase social promedio de una escuela a otra más elevada, es mayor en las escuelas privadas que en las públicas, lo que indica que el efecto del sector social en el rendimiento medio de la escuela es de mayor intensidad en las primeras. Dentro del estrato público, el grupo de escuelas rurales tienen una distribución del nivel socioeconómico promedio más uniforme entre las distintas escuelas que el existente en las escuelas urbanas.

3) Diferenciación de las clases sociales.

Este efecto mide si existen o no pendientes diferentes del nivel 1 para la variable nivel socioeconómico entre los 4 estratos. En 1993, en el sector público, en las escuelas de clases sociales altas es mayor el diferencial del rendimiento considerando la clase social del estudiante que en los colegios de clases sociales bajas respecto a las escuelas del sector privado. Adicionalmente, esto se debe a las escuelas provinciales, ya que en las escuelas públicas municipales no hay evidencia de diferenciación de las clases sociales (la variable interacción es no significativa). No obstante, en 1997, no hay evidencia de diferenciación entre clases sociales en los distintos estratos, es decir, las escuelas privadas y públicas poseen la misma relación entre nse-rendimiento, como así también las escuelas urbanas y rurales.

En síntesis, en el año 1993, los establecimientos educativos del sector privado tienen una relación entre el nivel socioeconómico promedio de las escuelas con el rendimiento medio bastante inferior al que existe en los establecimientos educativos públicos; en 1997 no se presencia este efecto, es decir, los establecimientos educativos del sector privado poseen la misma relación entre el nivel socioeconómico promedio de las escuelas con su rendimiento medio que los establecimientos educativos públicos. En segundo lugar, el efecto del sector social en el rendimiento es el mismo en ambos años para las escuelas públicas –tendencia creciente del rendimiento con el nivel socioeconómico-; no

obstante, el sector privado en 1993 muestra una tendencia decreciente con el nivel socioeconómico, y en 1997 creciente, al igual que el sector público.

4.1.8. PASO 8: Test de efectividad y equidad por estrato

Como se observa en el cuadro 8 del anexo, en el año 1993 sobre la base del test realizado se puede concluir que, sin controlar por ninguna variable, las escuelas privadas son más efectivas que las escuelas públicas y públicas provinciales; y las públicas municipales tienen un rendimiento medio superior que las provinciales y las privadas. Cuando se controla por la variable nseprom, esto es, se comparan escuelas del mismo nivel socioeconómico promedio, estos resultados se mantienen; de igual forma cuando la variable de control son los recursos de capital de la escuela. La situación cambia, siendo las escuelas privadas más efectivas que el resto de las escuelas (públicas, provinciales y municipales), cuando el rendimiento medio es comparado para escuelas con el mismo nivel educativo promedio de la madre, permaneciendo el resultado entre las escuelas municipales y provinciales.

Para el mismo año, en lo que se refiere a la equidad, se observa que una relación más débil entre el nivel socioeconómico y rendimiento se verifica en las escuelas privadas respecto a las públicas y en las públicas provinciales; lo opuesto se da entre las escuelas privadas y las municipales. Finalmente, la equidad en las escuelas municipales es mayor o igual que en las provinciales. *Es interesante el fenómeno que se produce: los resultados de efectividad coinciden con los de equidad, salvo para las escuelas públicas provinciales y municipales; es decir, las escuelas de un estrato determinado que son más efectivas son también más equitativas.*

A partir del test de efectividad del año 1997 se observa que las escuelas del sector privado son más efectivas que las públicas, ya sea sin control o por cualquiera de las tres variables de control que se consideren; lo mismo se verifica entre las escuelas privadas y las públicas urbanas que son las de mayor rendimiento dentro del estrato público – naturalmente las escuelas privadas son más efectivas que las rurales-. En el sector público, con o sin control, las escuelas urbanas rinden más que las escuelas rurales. En segundo lugar, no existen diferencias entre los distintos estratos respecto a la equidad, lo que

coincide con el hecho de que no se presencia diferenciación de clases sociales entre estratos.

En suma, de la comparación de los resultados de los tests en uno y otro año se visualiza que, considerando los estratos privados y públicos sin las divisiones de éste último, tanto en 1993 como en 1997 las escuelas privadas son más efectivas que las públicas, con o sin variables de control. Por lo tanto, *esta superioridad de las escuelas privadas respecto a las públicas no se debe a diferencias en su composición social, sino que está reflejando características organizacionales diferentes*. La mayor efectividad de las escuelas privadas en 1993 va acompañada también de una mayor equidad. En oposición, en 1997, no hay diferencias en la equidad entre las escuelas de estos dos estratos, siendo ambas igualmente inequitativas.

4.2. Estimaciones para los modelos de 3 niveles

Como en el punto 4.1, los resultados se presentan siguiendo la secuencia metodológica del punto 3.

4.2.1. Paso 1: ANOVA

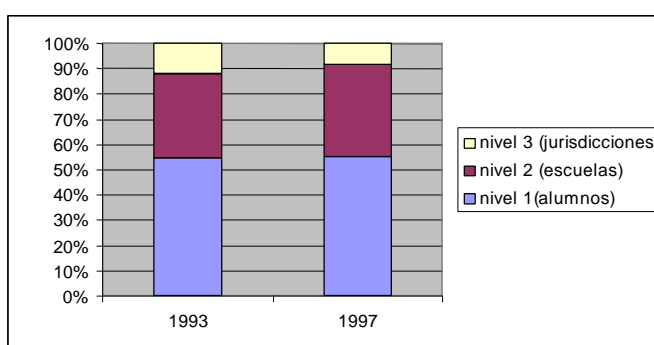
Aquí, a la estructura jerárquica anterior se le adiciona otro nivel: el de las jurisdicciones. Como se observa en el gráfico 7 bajo esta estructura de 3 niveles, la variación del rendimiento promedio de los alumnos va disminuyendo a medida que pasamos a niveles jerárquicos superiores. En efecto, en los dos años, un poco más de la mitad de la variación total del rendimiento promedio se encuentra a nivel del alumno (dentro de las escuelas), cayendo a un tercio aproximadamente la varianza de esta variable entre escuelas y, en promedio a un 10% entre jurisdicciones.

En términos generales, las proporciones de la varianzas por nivel respecto a la variación total, es decir, los coeficientes de correlación intraclase (expresiones 3.2.4 a 3.2.6), son bastante similares en los dos años de estudio. Sin embargo, pese a que las proporciones de las varianzas del rendimiento respecto a la varianza total dentro de las escuelas son prácticamente idénticas en 1993 y 1997 (de 54.66 % y 55.34%, respectivamente), esto no sucede en el nivel 2, la que es mayor en 1997 (36.29% contra

33.24% de 1993), presentándose, por lo tanto, una menor participación de la varianza entre jurisdicciones en ese mismo año.

Al ser las tres varianzas del rendimiento significativamente no nulas en ambos años (ver efectos aleatorios en el anexo, punto 9.2), las escuelas primarias y las jurisdicciones se diferencian respecto a la calidad educativa que alcanzan, al igual que los alumnos.

Gráfico 7
Descomposición de la varianza por nivel



4.2.2. Paso 2: Means-as- Outcomes Regresion

Como primer paso en la secuencia de la modelación del rendimiento medio de las jurisdicciones con las variables del nivel 3, éstas se agrupan y estiman bajo cuatro categorías: a) variables de gasto; b) variables de PIB; c) variables de esfuerzo financiero; y d) variables analíticas o relacionales, es decir, variables de un nivel inferior agregadas a un nivel superior (el nivel socioeconómico, educativo de la madre y de recursos de capital promedio por jurisdicción).

Obtenidas las variables significativas de cada uno de los grupos se estiman conjuntamente, consiguiendo el modelo (final)²⁵ para el rendimiento medio de las jurisdicciones.

- *Variables de gasto*

²⁵ El análisis del modelo final se encuentra en el anexo ya que las formulaciones son bastante disímiles en uno y otro año, y el fin del estudio es el examen y la respectiva comparación entre los determinantes del

Tanto en 1993 como en 1997 de las tres formas de medición alternativas de los gastos por alumno sólo el gasto privado exhibe una relación (positiva) significativa con el rendimiento medio de la jurisdicción. Tanto el gasto estatal como el gasto por alumno promedio no tienen un vínculo estadísticamente significativo con la efectividad de las jurisdicciones. Además, como lo muestra el gráfico 9, en los dos años de estudio el gasto por alumno privado reduce la variabilidad del rendimiento medio de las jurisdicciones en magnitudes similares, un 25.09% en el año 93 y un 28.4% en el año 97.

Al analizar las estimaciones de las variables dummies de los tres niveles de gasto privado (alto, medio y bajo) surge un aspecto relevante: en los dos años el rendimiento medio de las jurisdicciones con gasto privado por alumno alto es inferior al de las jurisdicciones que realizan gastos moderados. En el gráfico 8 esto se aprecia por el coeficiente de la dummy de las jurisdicciones con gastos privados intermedios, *gpappn2*, la cual al ser estimada en ambos años conjuntamente con *gpappn1* representa el rendimiento diferencial de esas jurisdicciones respecto a las jurisdicciones de gastos privados elevados²⁶. *Entonces, parecería que los gastos privados por alumno están sujetos a fuertes rendimientos decrecientes, específicamente cuando su nivel pasa de un valor intermedio a uno elevado.*

La proporción de la varianza explicada del nivel 3 por las variables *gpappn1* y *gpappn2* discrepa entre los dos años. En efecto, en 1993 es de aproximadamente un 53% y en 1997 de casi un 71%. Por lo tanto, mientras que en este último año no hay un cambio sustantivo en las varianzas del rendimiento medio de las jurisdicciones al clasificar a las jurisdicciones según el nivel de gasto privado (en promedio cada una exhibe un tercio de la varianza del nivel 3), en 1993 la mayor proporción de la varianza se halla en las jurisdicciones de gastos elevados ya que los grupos restantes sólo explican la mitad de ésta.

- *Variables de PIB*

rendimiento educativo en ese lapso de tiempo. Adicionalmente, se plantea un problema de maximización de la autoridad educativa.

²⁶ Concretamente, las jurisdicciones de gastos intermedios rinden 3.67 puntos más que las de gastos elevados en 1993 y 4.66 puntos más en 1997 (ver anexo 9.2, cuadro 2).

En los dos años, el PBI de las jurisdicciones se relaciona en forma directa con el rendimiento medio de las jurisdicciones con un impacto superior al gasto privado por alumno, aunque en 1993 aquellas variables explican un 5% más del varianza del nivel 3 que en 1997.

El análisis el PIB con dummies para los tres grupos de jurisdicciones, de PIB bajo, de PIB medio y de PIB alto, permite afirmar que, en 1993, la mayor la mayor variabilidad en el rendimiento medio se encuentra entre las jurisdicciones que pertenecen al “club” de PIB elevados y en 1997, en las de PIB reducidos. En efecto, el diferencial de rendimiento de las jurisdicciones de PIB bajo y medio es de 3.6 puntos en 1993 y de 5.6 puntos en 1997, revirtiéndose este resultado entre las jurisdicciones de PIB medio y alto: es de 5.02 para 1993 y de 2.2 para 1997²⁷.

En 1997, sin embargo, el gasto privado por alumno medio y alto explica el doble de la varianza del nivel 3 que el PBI alto y medio, no así en 1993 en donde estas magnitudes son semejantes.

- *Variables de esfuerzo financiero*

El cociente entre gasto promedio por alumno y el PBI, denominado esfuerzo financiero, posee una relación inversa con el rendimiento de las jurisdicciones en los dos años. Ahora bien, ¿cuál de los dos componentes del esfuerzo financiero es el determinante para que la relación sea inversa? La respuesta se encuentra en el comportamiento de los coeficientes de gasto estatal y privado por alumno cuando se controla por el PBI, esto es, cuando se compara la relación entre los dos componentes del gasto promedio y el rendimiento medio de la jurisdicción para unidades del nivel 3 con el mismo nivel de PBI. *Así, se halla que la ineficiencia del gasto público por alumno lleva a que provincias que invierten una mayor cantidad en gastos educativos respecto al PIB muestren rendimientos inferiores. Otros factores que explican el signo negativo estimado para la variable efn son: los rendimientos decrecientes del gasto privado por alumno, y el comportamiento de la variable en cuestión en las jurisdicciones de esfuerzos financieros elevados.*

²⁷ Esto también se puede apreciar en el gráfico 9. En 1993 las variables pibn1 y pibn2 explican un 40% de la varianza, similar a la de pibn3 (35%), mientras que en 1997 esta magnitud explicada por los predictores pibn2 y pibn3 es del 38%, mayor en un 3% a la de pibn1.

Gráfico 8
Coefficientes de las variables del nivel 3

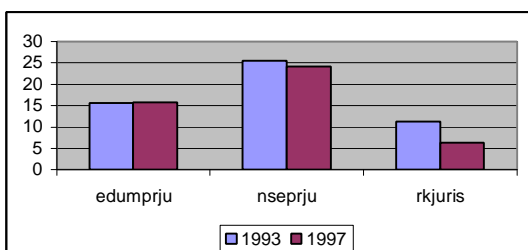
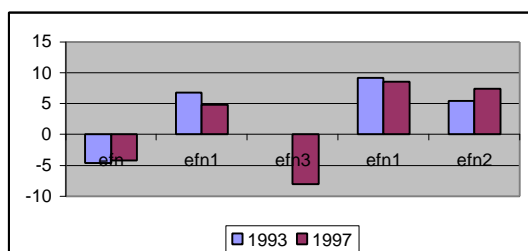
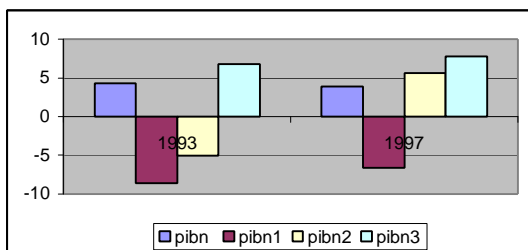
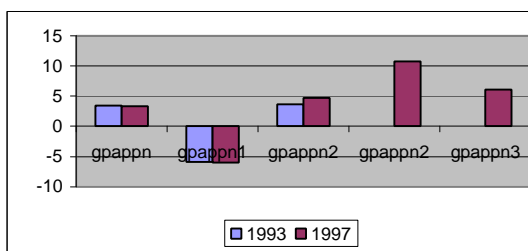
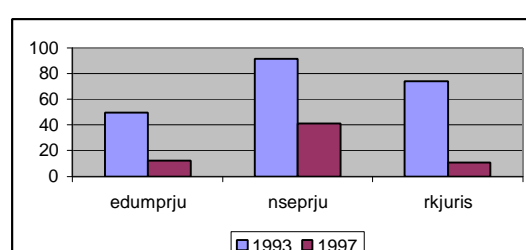
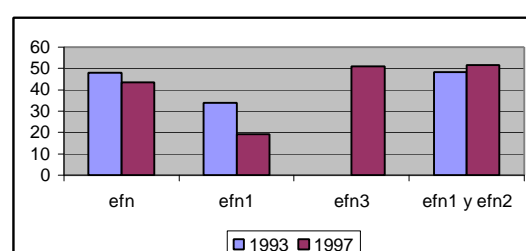
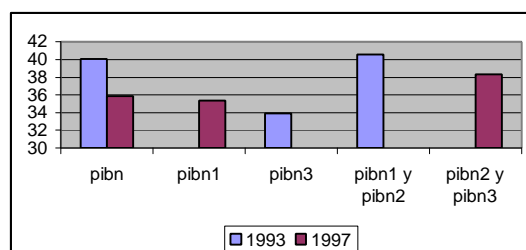
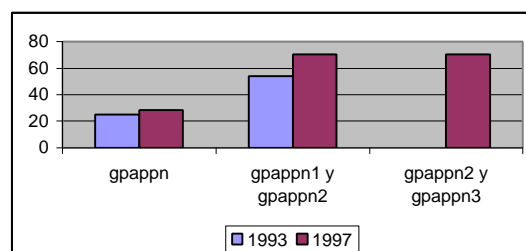


Gráfico 9
Proporción de la varianza entre jurisdicciones explicada por las variables del nivel 3



- *Variables analíticas*

El orden de las variables del nivel 2 agregadas en el nivel 3 se mantiene entre ambos años: el nivel socioeconómico promedio de la jurisdicción ocupa el primer lugar; la variable educativa el segundo, y los recursos de capital el último. A su vez, las dos

primeras variables presentan coeficientes análogos en el 93 y en el 97, no así los recursos de capital (promedio por jurisdicción), cuyo coeficiente estimado en 1993 duplica al de 1997. Paralelamente, en los dos años, las relaciones para el nivel socioeconómico y para los recursos de capital son superiores a nivel de las jurisdicciones.

No obstante, al considerar la proporción de la varianza explicada por estos tres predictores el patrón de comportamiento entre los dos años difiere sustancialmente. En primer lugar, estas magnitudes son marcadamente superiores en 1993. En segundo término, mientras que en 1997 los predictores *edumprju* y *rkjuris* explican un valor de alrededor del 12% de la varianza del nivel 3, en 1993, éste último reduce la varianza del rendimiento medio entre jurisdicciones un 33% más que el primero. En consecuencia, *si el objeto del hacedor de política fuera reducir la brecha del rendimiento entre provincias debería tomar medidas tendientes a igualar los recursos de capital entre jurisdicciones* y no los niveles educativos de las madres entre éstas.

4.2.3. Paso 3: Oneway ANCOVA con efectos aleatorios

En este punto no se analiza los modelos ANCOVA del nivel 1²⁸. Esto se debe a que sus resultados son prácticamente idénticos a los de los modelos ANCOVA realizados en el análisis de 2 niveles y, por lo tanto, no agregan nada substancial al análisis previo de la sección 4.1.3. En contraposición, los modelos ANCOVA con efectos aleatorios en el nivel 2 si son examinados en la presente sección, y en forma separada para cada año de estudio.

- ***Oneway ANCOVA con efectos aleatorios: NIVEL 2.***

En esta etapa se modelan las variables seleccionadas en los modelos ANCOVA del nivel 1 por medio de variables pertenecientes al nivel de las escuelas (nivel 2). Estas nuevas variables permanecen fijas entre jurisdicciones (varianza del nivel 3, $\tau_\beta = 0$). Es decir, se trata de captar cómo varían las pendientes del nivel 1 por grupos de escuelas clasificadas sobre la base de las variables del nivel 2.

²⁸ Empero, los resultados de estos modelos se presentan en el anexo.

- Modelo final (1993): con el nivel socioeconómico en B1 y el nivel educativo de la madre promedio por escuela en B2.

Se modeló la pendiente edumadre en la escuela (π_{1j}) con variables de origen de la escuela (OE), recursos de capital y recursos humanos, consiguiendo, en todos estos casos, estimaciones no significativas. En otros términos, no hay discrepancias en la relación edumadre-rendimiento en las escuelas, por un lado, entre escuelas públicas y privadas, públicas provinciales y el resto de las escuelas o entre públicas municipales con el resto de las escuelas, y por otro lado, entre escuelas con magnitudes de recursos humanos y de capital distintos a los de la escuela representativa (la que tiene un valor de RK y RH iguales a los de la media poblacional).

Como mejor variable explicativa para la pendiente de edumadre en la escuela se obtuvo el nivel socioeconómico promedio de la escuela. El coeficiente π_{1j} tiene dos componentes: la media de esta relación para las jurisdicciones (β_{10k}), y el coeficiente β_{11k} , que representa el grado de asociación entre el nseprom de la escuela y el coeficiente π_{1j} . El valor del coeficiente γ_{100} corresponde a una escuela con un nivel socioeconómico igual al del nivel socioeconómico medio de todas las escuelas; en cambio, el γ_{100} muestra impactos diferenciales por incrementos en nseprom. Entonces, si el nivel socioeconómico promedio de una determinada escuela pasa a otro más elevado, el rendimiento medio del alumno aumenta prácticamente un punto. Respecto al modelo de la pendiente de nse en la escuela, el crecimiento en ésta y, consecuentemente en el rendimiento medio del alumno, es de 2 puntos por nivel educativo promedio adicional de la madre.

Ambas relaciones son más fuertes para el nivel 1 que para el 2. Esto es lógico en la medida de que el nivel educativo de la madre será más homogéneo en escuelas con el mismo nivel socioeconómico (la variable por la cual se controla) y, viceversa.

Conjuntamente los dos predictores introducidos en el nivel 2 explican más de un 18% de la varianza del rendimiento entre escuelas para una misma jurisdicción (varianza del nivel 2). Esta varianza tiene como principal determinante la media de las escuelas (60.78), luego las discrepancias de las relaciones en las pendientes de nse entre escuelas y, por último, las pendientes para edumadre entre escuelas casi no muestran variación, empero, la var (r_{1jk}), es significativamente no nula.

- *Modelo final (1997): Con RK en la pendiente de nse, privado en la de edumadre, nseprom y edumprom en la de edupadre, y RK y edumprom en la de KH*²⁹.

Bajo esta formulación, la única variable a nivel de la escuela que se encuentra en más de una pendiente es RK. Los recursos de capital de la escuela prácticamente duplican su impacto en la pendiente de nse respecto a la de KH. De esto se sigue que, las modificaciones en los recursos de capital, son un instrumento más poderoso para conseguir mejoras en la equidad que en el background de capital paraescolar de las escuelas.

El orden de los determinantes de las cuatro relaciones del nivel 2 es el siguiente: 1) el nivel socioeconómico promedio de la escuela; 2) el nivel educativo promedio de la madre en la escuela; 3) la variable privado; 4) los recursos de capital; 5) el nivel educativo promedio del padre en la escuela. Por lo tanto, las variables de background agregadas en el nivel 2 –variables analíticas o relacionales-, en nuestro caso, nseprom y edumprom, son los determinantes de mayor importancia, siendo superiores incluso a las variables “contextuales”, por ejemplo, RK y privado, excepto edupprom.

Los resultados son los siguientes: las escuelas privadas tienen una pendiente para edumadre que supera a la de las públicas en 0.69; aumentos en el estatus socioeconómico promedio de la escuela –contralado por edupprom- conduce a un mayor valor para la pendiente de edupadre de 2.27; lo mismo sucede con el nivel educativo promedio de la madre –controlado por RK- para la pendiente de KH en la escuela; no se da lo mismo con edupprom el cual tiene asociado un coeficiente negativo en la pendiente de edupadre –controlado por nseprom-.

Se permitió que las únicas relaciones (de las cuatro expuestas) que variaran entre escuelas fueran las de las pendientes de edumadre y de KH (el fundamento de tal decisión se halla en el anexo), siendo ambos componentes estadísticamente no nulos.

²⁹ En el modelo final sólo se analizarán los coeficientes que reflejan los impactos diferenciales, o los coeficientes asociados a las variables del nivel 2 incorporadas en cada una de las pendientes, es decir, los γ_{ij0} en donde $i \geq j$.

4.2.4 Paso 4: *Random coefficients Models*

Al ser el objeto de esta etapa la determinación de la variabilidad -principalmente, entre jurisdicciones- de las relaciones estimadas en el paso 3, sólo se presentan en el anexo la estimación de la parte aleatoria de los cuatro modelos ANCOVA.

En el año 1993 los principales resultados son los siguientes:

- Las variabilidades en las relaciones entre el rendimiento con el nivel educativo de la madre y el nivel socioeconómico de los alumnos –que sí se daban entre escuelas- desaparecen entre jurisdicciones, esto es, no hay evidencia de que las dispersiones de las dos relaciones precedentes sean no nulas a lo largo de las 24 provincias. Es decir, las jurisdicciones son todas igualmente inequitativas –dados los valores positivos para cada una de éstas-.

- Contrariamente, sí se verifican resultados similares en los análisis de 2 y 3 niveles respecto a las correlaciones: las jurisdicciones con mayor nivel socioeconómico ($\rho = 0.97$) rinden en términos medios más que las jurisdicciones con mayores niveles educativos de las madres, donde en este último caso la el grado de asociación es moderado ($\rho = 0.5$).

Como los componentes aleatorios del nivel 3 para la pendiente de edumadre y de nse –sin controlar por ninguna variable del nivel 2- no son significativos, carece de sentido examinar su comportamiento una vez que los controles por medio de las variables del nivel 2 sean introducidos, ya que necesariamente éstos serán inferiores. Es por ello que no se presenta en el anexo el modelo de coeficientes aleatorios para el modelo ANCOVA del nivel 2.

En 1997, por medio del examen de la parte aleatoria del *modelo a*, se observa que:

- Además del rendimiento medio, el cual presenta variabilidad en el nivel 2 y 3, las relaciones entre el rendimiento con el nivel educativo de la madre y el capital paraescolar de los alumnos muestran componentes de variación estadísticamente significativos entre escuelas y de magnitud similar. Estas variabilidades, en cambio, desaparecen entre jurisdicciones.

- Por medio de las correlaciones entre la ordenada y las pendientes se desprende que, las jurisdicciones con mayor nivel educativo de la madre, rinden en términos medios más que las jurisdicciones con mayores niveles de capital paraescolar, pese a que éste último presenta un coeficiente superior al primero.

En el *modelo b*, las variables del nivel 2 se centran respecto a la media del grupo *k* (la jurisdicción) suponiendo que por los menos uno de los coeficientes del nivel 2 exhibe un comportamiento aleatorio entre jurisdicciones. Se estimó el modelo final del paso previo (ANCOVA con efectos aleatorios: NIVEL 2), con variables ahora centradas respecto a su media grupal y no en torno a la gran media, y con efectos aleatorios para todos los coeficientes del nivel 3 que modelan coeficientes que sí son aleatorios en el nivel 2; es decir, la ordenada, y las pendientes de *edumadre* y *KH*. De esta manera, se arribó a una formulación de la parte aleatoria del modelo idéntica a la del *modelo a* en la que, excepto el rendimiento promedio de las jurisdicciones, el resto de los coeficientes (relaciones) del nivel 2 no muestran varianzas estadísticamente diferentes de cero.

4.2.5 Paso 5: A nonrandomly varying slopes models

En esta etapa, las estimaciones se realizaron siguiendo dos metodologías: a) modelando los coeficientes de la ordenada del nivel 2 -representativa del rendimiento medio de las escuelas- con variables del nivel 3 y b) modelando las pendientes del nivel 2 con las variables del nivel 3.

En el año 93, para la primera metodología (ver *modelo a* del anexo 9.2) los principales resultados obtenidos³⁰ son:

- El impacto de los recursos de capital es mayor si esta variable se agrega en el nivel 3 que en el 2; en consecuencia, si la autoridad educativa pretende aumentar el rendimiento medio de las escuelas por medio de incrementos de los recursos de capital, la política tendría que realizarse a nivel de las jurisdicciones y no de las escuelas. La variable que representa esta política con el nivel socioeconómico promedio de la escuela son las variables de mayor peso, no sólo en el rendimiento medio de la escuela sino también en el rendimiento del alumno.

³⁰ Un análisis más detallado sobre los resultados de los dos años se encuentra en el anexo 9.2.

- La dependencia entre el nivel educativo promedio de la madre de la escuela y el rendimiento medio de éstas pierde relevancia con políticas que contemplan una mayor proporción de gasto promedio por alumno respecto al PIB. De esta manera, *si el gobierno decide aumentar el esfuerzo financiero, el sistema educativo resultante sería más equitativo, en el sentido de que los vínculos entre las variables backgrounds de las escuelas con sus performances son más débiles.*

En el segundo grupo de modelos, al modelar las pendientes nivel socioeconómico y nivel educativo de la madre de las escuelas, se encontró como única variable significativa para la segunda relación el nivel del PIB. En este sentido, pese a que el nivel del PIB no tiene una gran influencia en la relación edumadre-rendimiento a nivel de la jurisdicción, sin embargo, sí la tiene a nivel de la escuela. En segundo lugar, *las jurisdicciones con un nivel de PIB reducido están inmersas en esquemas educativos menos equitativos, en el sentido de que en éstas hay un vínculo más intenso entre el rendimiento y el background de las escuelas.*

En el año 97, por su parte, al modelar los cuatro coeficientes de la ordenada del nivel 2 (punto B y C del anexo 9.2, *Modelos Preliminares y Modelo Final*) a través de variables pertenecientes a las jurisdicciones se concluye:

- El rendimiento de las escuelas privadas sube manifiestamente ante incrementos de los niveles de las variables educativas promedio por jurisdicción³¹.
- Incrementos en los gastos privados por alumno conducen a que la relación entre los recursos de capital de las escuelas y el rendimiento medio de éstas aumente, lo que es bastante lógico ya que ambas variables consideran aspectos similares (por ejemplo, una elevada proporción de gastos privados probablemente contenga recursos de capital) y sólo difieren en su nivel jerárquico de medición.
- Esta relación, a su vez, es menor en todas las jurisdicciones menos la Capital Federal.

³¹ Ambos predictores muestran coeficientes más elevados que los corresponden a estas mismas variables pero medidas en el nivel 2; por lo tanto, más que llevar a cabo políticas que tiendan a mejorar los niveles educativos de los padres en las escuelas, es más eficiente que estas medidas sean ejecutadas a nivel de las jurisdicciones.

- Una manera muy efectiva de hacer que la prominente relación entre el nivel socioeconómico promedio de las escuelas y su rendimiento medio sea menos significativa es por medio de descensos de los niveles de recursos de capital de las jurisdicciones, naturalmente en detrimento de su rendimiento.

- El determinante de la media de las escuelas de mayor importancia es el nivel educativo del padre promedio de las jurisdicciones para el grupo de las escuelas privadas; luego se tiene, los recursos de capital promedio de las jurisdicciones, en el modelo de las medias de las jurisdicciones para el nivel socioeconómico promedio de la escuela; en tercer lugar, el nivel de PBI, en el modelo para la media de la jurisdicción; el gasto privado por alumno es el cuarto determinante del rendimiento de las escuelas.

Finalmente en el mismo año, de la modelación de las pendientes de las escuelas (punto 2, Modelo Final) se extraen las siguientes conclusiones:

- El nivel socioeconómico promedio de las jurisdicciones es un factor de inequidad en el sistema educativo medido a nivel de las escuelas (pendiente de nse)³².

- La pendiente de edumadre de las escuelas tiene una relación positiva con el gasto privado por alumno. La relación media de las jurisdicciones del nivel educativo del padre es la mitad de la existe con el nivel educativo de la madre para la misma variable de control: gasto privado por alumno. Por lo tanto, resulta más conveniente utilizar el gasto privado por alumno como mecanismo para conseguir mayores rendimientos en jurisdicciones en donde el vínculo entre edumadre-rendimiento es más fuerte que en aquellas en las cuales las pendientes para edupadre son más elevadas.

- Para las jurisdicciones con un mayor nivel de PBI, la pendiente de KH en la escuela es superior.

4.2.6. Paso 6: A Intercepts and Slopes –as-Outcomes Model

En el año 93 los modelos elegidos son los mismos que los de la etapa previa. Por consiguiente basándose en el *modelo a*, la relación entre el nivel educativo de la madre y el

³² En oposición, en el año 93, el nivel socioeconómico promedio de las jurisdicciones no posee ningún vínculo con el rendimiento de las escuelas.

nivel socioeconómico con el rendimiento, y entre la pendiente de la variable *edumadre* y el nivel socioeconómico promedio de la escuela son fijas entre jurisdicciones.

En el caso del *modelo b*, lo que ahora se trata de determinar es si la relación entre la pendiente de la variable *edumadre* y el nivel socioeconómico promedio de la escuela muestra un componente de la varianza significativo entre las unidades del nivel 3 para jurisdicciones de mismo nivel de PIB (que es la única variable en que difieren los dos modelos; la variable de control). Nuevamente, al no seleccionar este modelo, esta relación se debe considerar constante entre jurisdicciones, lo que por otra parte resulta evidente en la medida de que a priori jurisdicciones con un mismo nivel de PIB son más semejantes, lo que reducirá el componente aleatorio de cualquier coeficiente.

Igualmente, en 1997, los modelos elegidos son los mismos que los de la etapa previa, esto es, los modelos finales del punto 1 y 2 del anexo 9.2.

La primera elección implica lo siguiente:

- No hay evidencia de que el rendimiento medio de las escuelas privadas (contralado por el nivel educativo promedio del padre de la jurisdicción) varíe entre jurisdicciones. Tampoco varía la influencia de los recursos de capital en el rendimiento medio de las escuelas entre jurisdicciones.
- Si hay evidencia, en cambio, de que el rendimiento medio de las escuelas públicas (controlado por el nivel educativo de la madre y socioeconómico promedio, y los recursos de capital de la escuela) varía entre jurisdicciones. Sucede lo mismo con el impacto del nivel socioeconómico promedio y el nivel educativo de la madre promedio de las escuelas entre jurisdicciones.

La segunda elección, por su parte, implica que las jurisdicciones no difieren en el grado de inequidad prevaleciente en las escuelas –aún después de los controles introducidos en los niveles 2 y 3- medido éste en base a cualquiera de las variables de background del nivel 1, a saber: nivel socioeconómico del alumno, nivel educativo alcanzado por el padre o la madre y capital para escolar.

4.2.7. Paso 7: Efectos composicionales

En el cuadro 8 del anexo se miden los efectos composicionales para los dos años de estudio.

En 1993 los principales resultados de las estimaciones de los tres efectos son:

*a) Relación del nivel socioeconómico promedio de la jurisdicción con su rendimiento medio*³³.

De las cinco clasificaciones, cuatro muestran relaciones significativas. Los recursos de capital no afectan la equidad (la variable interacción es no significativa). Por la primera clasificación, con una variable interacción menor a cero, el resto del país resulta menos inequitativo que la Capital Federal. De las tres mediciones del gasto educativo, sólo el gasto privado por alumno posee un lazo directo con la inequidad: si éste pasa de un nivel a otro más elevado, la magnitud del coeficiente del nivel socioeconómico promedio de la jurisdicción crece un punto. Por la tercera clasificación, las jurisdicciones de mayor PIB son menos equitativas; un ejemplo claro lo configura los resultados de la primera clasificación. Por último, el esfuerzo financiero con una variable interacción negativa es el único instrumento de política que deteriora la conexión entre el rendimiento y el nivel socioeconómico promedio de la jurisdicción, poniendo esto de relieve que lo esencial no es aumentar el gasto sino su relación con el PIB.

b) Efecto del sector social en el rendimiento en base a la clasificación de las jurisdicciones.

El propósito al medir este efecto composicional fue observar como era el comportamiento entre los tres niveles socioeconómicos de las jurisdicciones y cada una de las clasificaciones alternativas. Por ejemplo, cuál es el impacto del gasto en el rendimiento medio de la jurisdicción cuando el estatus socioeconómico de ésta es bajo, medio o alto.

³³ Como este efecto se calcula incluyendo en la ordenada -representativa del rendimiento medio de la jurisdicción (β_{00k})- el nivel socioeconómico promedio de la jurisdicción y la variable interacción para cada una de las clasificaciones, lo que se está cuantificando es el impacto de cada una de éstas en la relación existente entre el rendimiento medio de la jurisdicción y su nivel socioeconómico. Vínculos más cuantiosos entre estos dos elementos caracterizan al sistema educativo como menos equitativo entre jurisdicciones. Las clasificaciones utilizadas son: Capital Federal y el resto del país; para los 2 tipos de gastos y el promedio de ambos; según PIB; según esfuerzo financiero; y según recursos de capital de las jurisdicciones.

El gasto estatal por alumno es inequitativo, pero en dos de los tres grupos de jurisdicciones eficiente. Esto es, es inequitativo ya que el efecto de idénticos incrementos en el gasto estatal por alumno crea una brecha entre el rendimiento medio entre jurisdicciones de nivel socioeconómico bajo y alto de más de 5 puntos, y es eficiente, en tanto aumenta (reduce) el rendimiento medio de las provincias de nivel socioeconómico medio y alto (bajo). El gasto privado tiene casi el mismo efecto que el gasto público sobre la equidad. Por lo tanto, el instrumento “gasto” no es aconsejable si la equidad es una de las metas buscada por la autoridad educativa.

El esfuerzo financiero, pese a que ineficiente para los tres grupos de jurisdicciones, es menos inequitativo que el instrumento de gasto por alumno. Finalmente, los recursos de capital, evaluados sobre la base de la equidad y la eficacia del instrumento, es prácticamente idéntico al instrumento de gasto: inequitativo, pero en términos generales, eficiente.

c) Diferenciación de las clases sociales.

Para este efecto, todas las variables (instrumentos) de políticas son no significativas.

Para 1997, las estimaciones arrojan las siguientes conclusiones:

a) Relación del nivel socioeconómico promedio de la jurisdicción con su rendimiento medio.

De las cinco clasificaciones, dos muestran relaciones significativas. Ninguna de las tres formas de medición de las variables de gasto por alumno afectan la equidad; lo mismo ocurre con los recursos de capital y el PBI. El resto del país resulta menos inequitativo que la Capital Federal. Por último, el esfuerzo financiero, con una variable interacción negativa, es el único instrumento de política que disminuye el vínculo entre el rendimiento y el nivel socioeconómico promedio de la jurisdicción.

b) Efecto del sector social en el rendimiento en base a la clasificación de las jurisdicciones.

El gasto estatal por alumno en general es inequitativo, y sólo en un grupo de los tres grupos existentes de jurisdicciones es eficiente. Por lo tanto, el instrumento “gasto” no es

aconsejable, indistintamente si la equidad o la eficiencia son las metas buscadas por la autoridad educativa. El esfuerzo financiero, pese a ser ineficiente para los tres grupos de jurisdicciones, es menos inequitativo que el instrumento de gasto por alumno. Por último, los recursos de capital, evaluados sobre la base de la equidad y la eficacia del instrumento, son ineficientes e inequitativos, con un grado de inequidad similar al del gasto estatal por alumno.

c) Diferenciación de las clases sociales.

Para este efecto, todas las variables (instrumentos) de políticas son no significativas.

En síntesis, entre ambos años se nota que aquellas variables que no afectan la equidad del sistema educativo tanto en 1993 como en 1997 son: los recursos de capital, el gasto por alumno promedio y estatal. Los resultados difieren entre ambos años para las siguientes variables: el gasto privado es un factor de inequidad en 1993, al igual que el PBI; y en 1997 son no significativas. *En los dos años el esfuerzo financiero se presenta como el único instrumento de política que disminuye el vínculo entre el rendimiento y el nivel socioeconómico promedio de la jurisdicción, esto es, que mejora la equidad del sistema.*

4.2.8. PASO 8: Test de efectividad y equidad por estrato

➤ **Efectividad**

Los tests de efectividad en 1993 (cuadros 9.1 y 9.2 del anexo) nos dan los siguientes resultados:

a) Respecto a PBIN3 (jurisdicciones de PBI alto)

No se obtiene para el instrumento gasto bajo cualquiera de sus tres variantes, gasto privado, promedio y estatal, estimaciones significativas con la variable pibn3. Por lo tanto, el gasto por alumno es ineficiente para eliminar el diferencial positivo dado por pibn3.

Para las variables de esfuerzo financiero, una vez que se controla por su nivel medio –la gran media de efn-, el rendimiento diferencial de las jurisdicciones de PIB alto desaparece. Los niveles de la variable esfuerzo financiero para los cuales el rendimiento

diferencial de las jurisdicciones de PIB es nulo son el bajo y alto, aunque con más fuerza para la variables $efn3$.

Finalmente, los recursos de capital de las jurisdicciones son un instrumento eficiente para eliminar las ventajas de las provincias de PBI alto, en tanto el nivel de significación de la dummy $pbin3$ es 0.09.

b) Respecto al nivel educativo promedio de la madre de la jurisdicción (EDUMPRJU)

Para esta variable *background*, sólo los recursos de capital de las jurisdicciones son un instrumento eficaz para contrarrestar el diferencial positivo en rendimiento asociado a un nivel educativo de la madre promedio por jurisdicción. Las variables de gasto y de esfuerzo financiero no consiguen tal propósito.

c) Respecto al nivel socioeconómico promedio de la jurisdicción (NSEPROJU)

El nivel socioeconómico promedio de las jurisdicciones es un determinante de tal importancia en el rendimiento medio de las jurisdicciones que ninguno de los instrumentos de política consigue eliminar la ventaja dada por esta variable.

➤ **Equidad**

La inequidad del sistema educativo en el año 1993, dada por el valor positivo de la pendiente de la variable nivel socioeconómico del nivel 1, no se puede alterar por ninguno de los instrumentos de política.

➤ **Efectividad**

De las dójimas de hipótesis realizadas para el año 97 se extraen las siguientes conclusiones:

a) Respecto a $PBIN3$ (jurisdicciones de PBI alto)

Como se observa en el cuadro 9.1, de las tres variables de gasto sólo el gasto privado por alumno es significativo con la variable $pbin3$. Una vez que se controla por el gasto privado por alumno, el rendimiento diferencial de las jurisdicciones de PBI alto desaparece, por lo que se rechaza la hipótesis de que las jurisdicciones de PBI alto sean

más efectivas que las de PBI bajo y medio para un mismo nivel de gasto privado por alumno (ver cuadro 9.2).

En lo que se refiere al grupo de variables de esfuerzo financiero, cuando se controla por el nivel medio –gran media de efn-, la ventaja inicial de las jurisdicciones de PBI alto desaparece. Ahora bien, es interesante observar para que intervalos de esta variable de política esto continua siendo cierto. En este sentido, para niveles de esfuerzo financiero reducido y alto, es decir, controlando por las dummies efn1 y efn3, el rendimiento diferencial para el grupo de jurisdicciones con el mayor valor de la variable background es nulo, no así si la autoridad de política mantiene el esfuerzo financiero dentro de valores medios (efn2).

Finalmente, los recursos de capital de las jurisdicciones, al arrojar estimaciones no significativas, se convierten en un instrumento ineficiente para eliminar las ventajas de las provincias de PBI alto.

b) Respecto al nivel educativo promedio de la madre de la jurisdicción (EDUMPRJU)

Al igual que en el punto a, el gasto privado por alumno deja sin efecto el mayor rendimiento que una jurisdicción puede obtener en base a su mayor nivel educativo de la madre promedio de la jurisdicción. Las dos variables restantes de gasto son no significativas, por lo tanto, ambos son instrumentos ineficientes para alterar la efectividad de las jurisdicciones dada por edumprju.

También la variable esfuerzo financiero es un instrumento de política eficaz al ser juzgado sobre la base del nivel educativo de la madre promedio de la jurisdicción –lo mismo sucede cuando se toma pbin3-. No obstante, esto sólo es válido en la medida de que el hacedor de política mantenga el valor de este instrumento en un valor medio, debido a que si realiza “grandes” esfuerzos financieros la ventaja inicial que determina un mayor nivel educativo de la madre promedio de la jurisdicción se mantiene.

Aquí tampoco se obtuvieron estimaciones significativas para la variable RKJURIS.

c) Respecto al nivel socioeconómico promedio de la jurisdicción (NSEPROJU)

De las 4 clasificaciones, ésta es la única en que ninguno de los instrumentos de política son eficaces. Es decir, una jurisdicción con un mayor nivel socioeconómico

promedio que otra es más efectiva, independientemente del instrumento de política utilizado: variables de gasto, variables de esfuerzo financiero y recursos de capital.

➤ **Equidad**

a) Variables de gasto

Con una estimación para el gasto privado por alumno de 0.55 y una probabilidad de 0.01, se rechaza la hipótesis nula de que las jurisdicciones con un gasto privado por alumno mayor al promedio sean más equitativas que las que tienen un gasto privado por alumno igual a la media del país. Por consiguiente, el gasto privado por alumno en vez de acrecentar la equidad del sistema educativo, lo hace más inequitativo. Esto es reafirmado por los resultados para las dummies de los distintos valores de esta variable: las jurisdicciones caracterizadas por valores reducidos del gasto privado (gpappn1) son equitativas; no así el grupo de jurisdicciones con valores medios del gasto privado, las cuales son igualmente inequitativas a los dos grupos restantes de jurisdicciones. Las estimaciones para gpappn3 son estadísticamente no significativas.

Tanto el gasto estatal por alumno como el gasto promedio por alumno con sus dummies correspondientes, son instrumentos no significativos para modificar el grado de equidad o inequidad del sistema educativo.

b) Variables de esfuerzo financiero

El esfuerzo financiero es un instrumento de política que permite que las jurisdicciones del país sean más equitativas. Naturalmente, esta realidad se da en las jurisdicciones con esfuerzos financieros altos, en donde el impacto de esta variable es de tal cuantía que casi el efecto global del nivel socioeconómico sobre el rendimiento pasa de una relación directa a una inversa.

c) Variables de recursos de capital

Si la autoridad de política tiene en mente hacer uso de los recursos de capital para lograr que el sistema educativo sea más equitativo, más bien debe abstenerse de utilizarlo. Este instrumento no sólo es inequitativo sino que, con un coeficiente estimado de 1.69, es el que más exacerba la inequidad del sistema educativo.

4.2.9. PASO 9: Estimación de las brechas de variables “background” entre y dentro de escuelas

El análisis se divide en dos partes. En primer lugar, se analizan las estimaciones de las brechas educativas y sociales dentro y entre las escuelas; en segundo lugar, se estudia la relación entre el rendimiento medio de las provincias y las dos brechas estimadas.

En 1993, por medio del análisis de las brechas se obtienen los siguientes resultados:

1) La brecha social dentro de las escuelas es casi el doble que la brecha educativa dentro de las escuelas, medidas por el nivel socioeconómico y por el nivel educativo de la madre, respectivamente. Naturalmente, la brecha para una variable determinada es siempre mayor entre escuelas³⁴. Un aspecto interesante que se obtiene al comparar las brechas entre y dentro de las escuelas, es que la diferencia en éstas entre escuelas es menor que la existente dentro de las escuelas.

2) Respecto a la correlación entre el rendimiento promedio de las jurisdicciones y las brechas estimadas los resultados avalan las siguientes conclusiones: a) Provincias con una alta performance tienden a estar asociadas a una mayor brecha educativa dentro de las escuelas; b) De igual forma, aunque con mayor intensidad, las provincias de elevada performance están asociadas a una brecha social superior dentro de las escuelas. En consecuencia, no es factible que una provincia incremente su rendimiento promedio y al mismo tiempo produzca una distribución del conocimiento más equitativa; c) La brecha educativa dentro de las escuelas está fuertemente relacionada con la brecha social dentro de las escuelas. Es decir, mientras más alta sea la diferencia económica entre los estudiantes mayores serán las diferencias educativas en el rendimiento; d) Las provincias que presentan una mayor brecha social entre escuelas también tienen una brecha social superior dentro de las escuelas. Por lo tanto, en las provincias en donde el “gap” entre escuelas es importante, un problema similar se verifica entre los alumnos de nivel socioeconómico elevado y bajo dentro de las escuelas. No se puede afirmar lo mismo para la brecha educativa, ya que el coeficiente de correlación entre estos dos estimadores es cercano a cero.

³⁴ Ver Lee, Jaekyung (1998), figura 1.

Del análisis precedente se observa que las provincias enfrentan un doble desafío; donde existen brechas sociales significativas éstas son reforzadas en los dos niveles de estudio: dentro y entre las escuelas. En otros términos, estudiantes que provienen de backgrounds desventajosos (por ejemplo, bajo nivel socioeconómico) están doblemente restringidos en su ambiente de aprendizaje.

En el año 97 se efectuó, debido a problemas empíricos (elevadas correlaciones) entre los errores aleatorios, sólo la primera parte del análisis. Los principales resultados son los siguientes:

1) En el grupo de brechas en el rendimiento dentro de las escuelas, en primer lugar se encuentra –y con un valor bastante cuantioso respecto a las brechas restantes- la brecha en capital paraescolar; luego se encuentra la brecha educativa 1 –nivel educativo de la madre-; en tercer lugar, la brecha social -nivel socioeconómico-; y finalmente, la brecha educativa 2 –nivel educativo del padre-.

2) Al comparar las brechas entre y dentro de las escuelas se destacan dos aspectos: a) El orden de éstas –magnitud de los coeficientes- se invierte totalmente. La brecha entre escuelas más considerable es la brecha social; en segundo lugar, se tiene la brecha educativa medida por el nivel educativo de la madre³⁵; y finalmente, se encuentra la brecha en capital paraescolar entre escuelas; b) La dispersión del grupo de brechas dentro de las escuelas es menor que la existente en el conjunto de brechas entre escuelas.

A partir del análisis precedente se obtiene que, en ambos años, la brecha social es mayor que las brechas educativas, tanto dentro como entre escuelas.

³⁵ La brecha educativa 2 entre escuelas, o la brecha en el nivel educativo del padre entre escuelas, no es estadísticamente significativa.

5. Conclusiones

En el trabajo se presentó el suficiente fundamento teórico para la utilización de la técnica de análisis multinivel. Por su parte, dentro de las variantes de estimación, se recomienda el empleo de las técnicas derivadas de la estadística Bayesiana.

En cuanto a los resultados, de la comparación de las estimaciones de los *modelos de 2 niveles* de 1993 y 1997 se destacan los siguientes aspectos:

- La distribución de la varianza del rendimiento entre y dentro de las escuelas es equivalente en 1993 y 1997.

- Los determinantes del nivel 2 del rendimiento medio de las escuelas no se alteran entre ambos años. El primero es el nivel socioeconómico promedio de la escuela, el segundo, las variables de estrato, y finalmente, los recursos de capital; aunque la importancia de este último cae notablemente en 1997.

- En cambio, los determinantes del nivel del alumno del rendimiento, sí discrepan en ambos años. Mientras que en 1993 el capital paraescolar no tenía un vínculo significativo con el rendimiento, en 1997 se convierte en el determinante de mayor cuantía. Igualmente, en 1997, cuando se comparan alumnos del mismo nivel socioeconómico, el nivel educativo de la madre es un determinante más significativo, lo que no sucede en 1993. En segundo lugar, la diferencia existente en 1993 entre los coeficientes de las variables educativas se reduce en 1997, presentando el nivel educativo del padre un efecto similar al de la madre.

- El grado de inequidad difiere entre escuelas en 1993; no así en 1997, en donde todas las escuelas son igualmente inequitativas. En ambos años la evidencia estadística de las varianzas de las relaciones para las variables educativas dan los mismos resultados: no hay diferencias, en las escuelas, para el nivel educativo del padre, pero sí para el nivel educativo de la madre. Asimismo, en los dos años, se observa que las escuelas con mayores relaciones entre el nivel socioeconómico del alumno y el rendimiento muestran un mayor rendimiento medio.

- Mientras que en 1993 las escuelas públicas y públicas provinciales son menos equitativas que las escuelas privadas y municipales, respectivamente, en 1997 las escuelas públicas urbanas no se diferencian de las escuelas privadas y públicas rurales respecto a cualquiera de las relaciones del nivel 1, esto es, de nse, edumadre, edupadre y KH. El nivel socioeconómico promedio de la escuela y los recursos de capital de las escuelas permanecen como factores de inequidad.

- En el año 1993, los establecimientos educativos del sector privado tienen una relación entre el nivel socioeconómico promedio de las escuelas con el rendimiento medio bastante inferior al que existe en los establecimientos educativos públicos; en 1997 no se presencia este efecto, es decir, los establecimientos educativos del sector privado poseen la misma relación entre el nivel socioeconómico promedio de las escuelas con su rendimiento medio que los establecimientos educativos públicos. En segundo lugar, el efecto del sector social en el rendimiento es el mismo en ambos años para las escuelas públicas –tendencia creciente del rendimiento con el nivel socioeconómico-; no obstante, el sector privado en 1993 muestra una tendencia decreciente con el nivel socioeconómico, y en 1997 creciente, al igual que el sector público.

- Considerando los estratos privados y públicos sin las divisiones de éste último, tanto en 1993 como en 1997 las escuelas privadas son más efectivas que las públicas, con o sin variables de control. Por lo tanto, esta superioridad de las escuelas privadas respecto a las públicas no se debe a diferencia en la composición social entre ambas, sino que está reflejando características organizacionales diferentes. La mayor efectividad de las escuelas privadas en 1993, va acompañada también de una mayor equidad. En oposición, en 1997, no hay diferencias en la equidad entre las escuelas de estos dos estratos, siendo ambas igualmente inequitativas.

Por último, los principales resultados de los *modelos de 3 niveles* para ambos años son:

- La proporción de la varianza en el rendimiento dentro de las escuelas respecto a la varianza total es prácticamente igual en ambos años, no así la que corresponde a la varianza entre escuelas, la cual es mayor en 1997 y, en consecuencia, en ese mismo año se presenta una menor participación de la varianza entre jurisdicciones respecto a 1993.

- Los tres tipos de gasto educativos se comportan de la misma forma en 1993 y 1997: sólo el gasto privado exhibe una relación (positiva) significativa con el rendimiento medio de la jurisdicción. No obstante, en los dos años, el rendimiento de aquellas jurisdicciones que efectúan gastos educativos privados por alumno elevados, es inferior a las que realizan gastos moderados. Por lo tanto, los gastos privados por alumno están sujetos a fuertes rendimientos decrecientes, específicamente cuando su nivel pasa de un valor intermedio a uno elevado.

- El PIB de las jurisdicciones posee un impacto superior al gasto privado en los dos años de estudio. Por otro lado, en 1993, la mayor variabilidad en el rendimiento se halla en las jurisdicciones de PIB alto, y en 1997, en las de PIB reducidos.

- Tanto en 1993 como en 1997 el esfuerzo financiero se relaciona inversamente con el rendimiento de las jurisdicciones. Esto obedece a: la ineficiencia del gasto público por alumno, los rendimientos decrecientes del gasto privado por alumno, y al comportamiento de la variable en cuestión en las jurisdicciones de esfuerzos financieros elevados.

- El orden de las variables del nivel 2 agregadas en el nivel 3 se mantiene entre ambos años: el nivel socioeconómico promedio de la jurisdicción ocupa el primer lugar; las variables educativas el segundo, y los recursos de capital el último. Paralelamente, en los dos años, las relaciones para el nivel socioeconómico y para los recursos de capital son superiores a nivel de las jurisdicciones.

- Al no existir, para los dos años de estudio, una dispersión significativa entre jurisdicciones en las relaciones (positivas) entre el rendimiento con el nivel educativo de la madre y el nivel socioeconómico de los alumnos, las jurisdicciones son todas igualmente inequitativas.

- Mientras que en 1997 el nivel socioeconómico promedio de las jurisdicciones es un factor de inequidad en el sistema educativo medido a nivel de las escuelas, no exhibe ningún vínculo con ésta en 1993.

- En base al cálculo de los efectos composicionales se observa que las variables que no afectan la equidad del sistema educativo tanto en 1993 como en 1997 son: los recursos de capital, el gasto por alumno promedio y estatal. Los resultados difieren entre ambos años

para las siguientes variables: el gasto privado es un factor de inequidad en 1993, al igual que el PIB, y en 1997 son no significativas. En los dos años el esfuerzo financiero se presenta como el único instrumento de política que disminuye el vínculo entre el rendimiento y el nivel socioeconómico promedio de la jurisdicción, esto es, que mejora la equidad del sistema.

- Mientras que en 1993 el instrumento gasto es ineficaz para eliminar la mayor efectividad de las jurisdicciones de PIB elevado, en el año 97 el gasto privado por alumno es un instrumento eficiente. Sin embargo, los recursos de capital de las jurisdicciones son eficaces desde la misma perspectiva en 1993 y no en el año 97. En segundo término, esta última variable también es el único instrumento eficiente en el año 93 para anular las ventajas asociadas a un nivel educativo de la madre (promedio por jurisdicción) superior, y no en 1997, en donde los dos instrumentos eficientes son el esfuerzo financiero y el gasto educativo privado por alumno. Finalmente, para ambos años, el nivel socioeconómico promedio de las jurisdicciones es un determinante de tal importancia en el rendimiento medio de las jurisdicciones que ninguno de los instrumentos de política consigue eliminar la ventaja dada por esta variable.

- En ambos años, la brecha social es mayor que las brechas educativas tanto dentro como entre escuelas.

6. Bibliografía

- Bangert-Drowns, R.L. (1986), "Review of developments in meta-analytic method", *Psychological Bulletin*, 99, 388-399.
- Browne, William J. y David Draper (1999), "A comparasion of Bayesian and likelihood for fitting multilevel models", Institute of Education, University of London, UK, y University of Bath, UK. <http://www.bath.ac.uk/~masdd>
- Bryk , A. y Raudenbush , S. (1992) *Hierarchical Linear Models: Applications and data analisys methods* , Sage Publications.
- Bryk, A.S., Raudenbush, S.W. y Congdon, R. (1996). *HLM: Hierarchical Lineal and Nonlinear Modeling with the HLM/2L and HLM/3L*, Chicago, Scientific Software International, Inc.
- Draper, David (1997), *Bayesian Hierarchical Modeling*, Department of Mathematics Sciences, University of Bath, UK. <http://www.bath.ac.uk/~masdd>
- Goldstein, Harvey y Geoffrey Woodhouse (1996), "Multilevel models with missing data", Institute of Education, University of London, UK. <http://www.ioe.ac.uk/multilevel/workpap.htm/>
- Goldstein, Harvey (1995), *Multilevel Statistical Models*, London, Edward Arnold: New York, Halstead Press. <http://www.arnoldpublishers.com/support/goldstein.htm>
- Goldstein, Harvey y Jon Rasbash (1999), "Improved approximations for multilevel models with binary responses", Institute of Education, University of London. <http://www.ioe.ac.uk/multilevel/workpap.htm/>
- Greene, W. (1993), *Econometric analisys*, New York, Macmillan Publishing Co.
- Holland,P.W. (1986). Statistics and causal inference. *J. American Statistical Association*, 81, 945-971.
- Hox, J. (1995), *Applied Multilevel Analysis*, TT-Publikaties, Amsterdan. <http://www.ioe.ac.uk/multilevel/workpap.htm/>
- Hunter, J.E. y Schmidt, F.L. (1990), *Methods of Meta-analysis*, Newbury Park, CA: Sage.
- Ingersoll, R., Alslam, N., Quinn, P. y S. Bobbitt (1997), "Teacher Professionalization and Teacher Commitment: A Multilevel Analysis", National Center for Education Statistics, Statical Analysis Report.
- Kreft, Ita (1995), "The Effects of Centering in Multilevel Analysis: Is the Public school the loser or the winner? A new analysis of an old question", en *Multilevel Modelling Newsletter*, vol. 7 n°3, diciembre, Institute of Education, University of London. <http://www.ioe.ac.uk/multilevel/newslett.htm/>
- Kreft, Ita (1996), "Are Multilevel Techniques Necessary? An Overview, including Simulation Studies.", California State University, Los Angeles. <http://www.ioe.ac.uk/multilevel/workpap.htm/>

- Lee, Jaekyung (1998), "State policy correlates of the achievement gap among racial and social groups", *Studies in Educational Evaluation*, Vol. 24, n° 2, pp. 137-152.
- Llach J., Montoya, S. y F. Roldán (1999), *Educación para todos*, IERAL, Argentina.
- Ministerio de Cultura y Educación (1995), Los factores del rendimiento en la educación media, Subsecretaría de Evaluación de la Calidad Educativa, Dirección Nacional de Evaluación, Sistema Nacional de Evaluación de la Calidad de la Educación (SINEC), Argentina.
- (1996 a), Los factores del rendimiento en la educación primaria, 1994, Subsecretaría de Evaluación de la Calidad Educativa, Dirección Nacional de Evaluación, Sistema Nacional de Evaluación de la Calidad de la Educación (SINEC), Argentina.
- (1996 b), Los factores del rendimiento escolar en la escuela primaria, 1994, Subsecretaría de Evaluación de la Calidad Educativa, Dirección Nacional de Evaluación, Sistema Nacional de Evaluación de la Calidad de la Educación (SINEC), Argentina.
- (1996 c), Anuario Estadístico Educativo, Argentina.
- (1997 a), Los factores del rendimiento en la educación primaria, 1995, Subsecretaría de Evaluación de la Calidad Educativa, Dirección Nacional de Evaluación, Sistema Nacional de Evaluación de la Calidad de la Educación (SINEC), Argentina.
- (1997 b), Los factores del rendimiento en la educación primaria, 1995. Resumen ejecutivo, Subsecretaría de Evaluación de la Calidad Educativa, Dirección Nacional de Evaluación, Sistema Nacional de Evaluación de la Calidad de la Educación (SINEC), Argentina.
- Mok, Magdalena (1999), "Sample Size Requirements for 2-level Designs in Educational Research", University of McQuarie. <http://www.ioe.ac.uk/multilevel/workpap.htm/>
- Rodriguez, Germán (1996), "Modelos Lineales Generalizados con efectos aleatorios, incluyendo modelos de múltiples niveles", *Ciencias Económicas*, Vol. XVI, No 1, Guatemala
- Snijders, T.A.B. y Bosker, R.J. (1993) , "Standard errors and sample sizes for two-level research", *Journal of Educational Statistics*, 18, 237-259. <http://stat.gamma.rug.nl/snijders/>

7. Apéndice

7.1. Mínimos Cuadrados Ordinarios versus Estimadores Multinivel

Para mostrar los diferentes supuestos entre uno y otro método se adopta una estructura de 2 niveles, siguiendo el análisis de Goldstein (1995, capítulo 2). Se considera el siguiente modelo para una escuela, el cual relaciona el puntaje obtenido por un alumno a los 11 años con el que obtuvo a los 8 años,

$$y_i = \mathbf{a} + \mathbf{b}x_i + e_i \quad (7.1.1)$$

donde la ordenada es \mathbf{a} , la pendiente \mathbf{b} y los residuos e_i .

La relación simultánea de muchas escuelas está dada por,

$$y_{ij} = \mathbf{a}_j + \mathbf{b}_j x_{ij} + e_{ij} \quad (7.1.2)$$

donde j se refiere a las unidades del nivel 2 (escuelas) y el subíndice i a las unidades del nivel 1 (alumnos).

Para convertir (7.1.2) en un “verdadero” modelo de 2 niveles, hacemos que \mathbf{a}_j y \mathbf{b}_j sean variables aleatorias, esto es,

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_{0j} &= \mathbf{b}_0 + u_{0j}, & \mathbf{b}_{1j} &= \mathbf{b}_1 + u_{1j} \\ \text{donde } u_{0j} \text{ y } u_{1j} &\text{ son variables aleatorias con los siguientes parámetros,} \\ E(u_{0j}) &= E(u_{1j}) = 0 \\ \text{var}(u_{0j}) &= \mathbf{S}_{u0}^2, & \text{var}(u_{1j}) &= \mathbf{S}_{u1}^2, & \text{cov}(u_{0j}, u_{1j}) &= \mathbf{S}_{u01} \end{aligned} \quad (7.1.3)$$

De esta manera (7.1.2) se puede reescribir como,

$$\begin{aligned} y_{ij} &= \mathbf{b}_0 + \mathbf{b}_1 x_{ij} + (u_{0j} + u_{1j} x_{ij} + e_{0ij}) \\ \text{var}(e_{0ij}) &= \mathbf{S}_{e0}^2 \end{aligned} \quad (7.1.4)$$

En donde se expresa la variable aleatoria y_{ij} como la suma de la parte fija y de la parte aleatoria que figura entre paréntesis.

También se puede escribir la parte fija de (7.1.4) en forma matricial,

$$E(Y) = X\mathbf{b}$$

$$\text{con } Y = \{y_{ij}\}$$

$$E\{y_{ij}\} = X_{ij} \mathbf{b} = (X\mathbf{b})_{ij}, X = \{X_{ij}\}$$

donde $\{ \}$ representa una matriz, X es la matriz de las variables explicativas y X_{ij} es la ij -ésima columna de X . Para el modelo (7.1.4) se tiene que $X = \{1 \ x_{ij}\}$.

Las variables aleatorias se refieren a los residuos, y en el caso de un modelo simple el residuo del nivel 1 e_{0ij} es el término del residuo del modelo lineal usual.

La característica esencial de (7.1.4), la cual la distingue de los modelos lineales estándar de regresión o de los análisis de la varianza es la presencia de más de un residuo, lo que requiere procedimientos de estimación especiales para obtener estimadores satisfactorios de los parámetros. Se debe notar que es la estructura de la parte aleatoria del modelo el factor clave.

La ecuación (7.1.4) requiere la estimación de dos coeficientes fijos, \mathbf{b}_0 y \mathbf{b}_1 , y cuatro parámetros, $\mathbf{s}_{u0}^2, \mathbf{s}_{u1}^2, \mathbf{s}_{u01}$ y \mathbf{s}_{e0}^2 . El autor comienza considerando el modelo de 2 niveles más simple, el cual incluye dos parámetros aleatorios, \mathbf{s}_{u0}^2 y \mathbf{s}_{e0}^2 , conocido como el modelo de varianza-covarianza ya que la varianza de la variable dependiente sobre el componente fijo del modelo es,

$$\text{var}(y_{ij} | \mathbf{b}_0, \mathbf{b}_1, x_{ij}) = \text{var}(u_0 + e_{0ij}) = \mathbf{s}_{u0}^2 + \mathbf{s}_{e0}^2$$

esto es, es la suma de la varianza del nivel 1 y del nivel 2. Para el modelo que se está describiendo implica que la varianza total de cada estudiante es constante, y la covarianza entre dos estudiantes (representados por i_1, i_2) en la misma escuela está dada por,

$$\text{cov}(u_{0j_1} + e_{0ij_1}, u_{0j_2} + e_{0ij_2}) = \text{cov}(u_{0j_1}, u_{0j_2}) = \mathbf{s}_{u0}^2 \quad (7.1.5)$$

debido a que los residuos del nivel 1 se suponen que son independientes. La correlación entre estos dos estudiantes es por consiguiente,

$$r = \frac{\mathbf{s}_{u0}^2}{(\mathbf{s}_{u0}^2 + \mathbf{s}_{e0}^2)}$$

donde ρ es conocido como la “correlación intra-unidad del nivel 2”; en este caso la correlación dentro de las escuelas. Esta correlación mide la proporción de la varianza total que corresponde a la varianza entre escuelas.

La existencia de una correlación intra-unidad no nula, producto de la presencia de más de un clase de residuos en el modelo, implica que la técnica de estimación tradicional (MCO) sea inaplicable.

Suponiendo que existen dos escuela en la muestra, una con tres estudiantes y la otra con dos, la matriz de covarianza está representada por la figura 7.1.1. La estructura de la matriz, diagonal en bloques, refleja que la covarianza entre los estudiantes de escuelas diferentes es cero, lo que puede extenderse a cualquier número de unidades del nivel 2.

$$\begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & B \end{pmatrix}$$

donde,

$$A = \begin{pmatrix} \mathbf{s}_{u0}^2 + \mathbf{s}_{e0}^2 & \mathbf{s}_{u0}^2 & \mathbf{s}_{u0}^2 \\ \mathbf{s}_{u0}^2 & \mathbf{s}_{u0}^2 + \mathbf{s}_{e0}^2 & \mathbf{s}_{u0}^2 \\ \mathbf{s}_{u0}^2 & \mathbf{s}_{u0}^2 & \mathbf{s}_{u0}^2 + \mathbf{s}_{e0}^2 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} \mathbf{s}_{u0}^2 + \mathbf{s}_{e0}^2 & \mathbf{s}_{u0}^2 \\ \mathbf{s}_{u0}^2 & \mathbf{s}_{u0}^2 + \mathbf{s}_{e0}^2 \end{pmatrix}$$

Figura 7.1.1
Matriz de covarianzas diagonal en bloques del vector de variables dependientes
Y para un modelo de varianzas-covarianzas de 2 niveles con
dos unidades en el nivel 2

O en forma más compacta,

$$V_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_{u0}^2 J_{(3)} + \mathbf{s}_{e0}^2 I_{(3)} & 0 \\ 0 & \mathbf{s}_{u0}^2 J_{(2)} + \mathbf{s}_{e0}^2 I_{(2)} \end{bmatrix}$$

Figura 7.1.2
Matriz de covarianzas diagonal en bloques usando notación general

donde $I_{(n)}$ es la matriz identidad de orden $(n \times n)$ y $J_{(n)}$ es una matriz del mismo orden de unos. El subíndice 2 para V indica un modelo de 2 niveles. En el modelo simple de MCO \mathbf{s}_{u0}^2 es cero, y esta matriz de covarianza se reduce a la forma estándar $\mathbf{s}^2 I$, donde \mathbf{s}^2 es la varianza (única) de los residuos. Por lo tanto, cuando la correlación intra-unidad es reducida, uno puede esperar una gran similitud entre los estimadores multinivel y los de MCO.

Suponiendo un modelo de varianza-covarianza de 2 niveles balanceado, es decir, con el mismo número de observaciones en las unidades del nivel 2, y un modelo de regresión simple con ordenada y una variable explicativa,

$$y_{ij} = b_0 + b_1 x_{ij} + u_j + e_{ij}$$

Y, a su vez, definiendo como \mathbf{r}_y y \mathbf{r}_x la correlación intra-unidad de Y , X respectivamente, y n el número de unidades del nivel 1 en la j -ésima unidad del nivel 2, para obtener los correctos errores estándar del estimador de b_1 , los errores estándar del estimador de MCO se deben multiplicar por,

$$\left\{ 1 + \mathbf{r}_y \mathbf{r}_x \left[m \left(\sum_j n^{-1} \right)^{-1} - 1 \right] \right\}^{1/2}$$

donde m es el número de unidades del nivel 2. Así, si hay una sola unidad del nivel 1 por unidad del nivel 2, o si el coeficiente de correlación intra-unidad es cero, la expresión es igual a 1, y no hay que corregir a los errores estándar de la parte fija. Cuando n aumenta, sin embargo, los estimadores de MCO subestiman los verdaderos errores estándar en forma creciente. Por ejemplo, con 76 unidades del nivel 1 por unidad del nivel 2 y con un

$r_y = r_x = 0.20$, los verdaderos errores estándar son, en promedio, el doble que los de MCO. Por consiguiente, los intervalos basados en los estimadores de MCO serán reducidos y los tests de significatividad rechazarán a menudo la hipótesis nula. Por otra parte, aunque n fuera reducido, y pese a que se puede confiar en los estimadores de MCO de la parte fija, esto no nos permitiría estudiar las estructuras multinivel.

7.2. Métodos de estimación para modelos multinivel

7.2.1. Los métodos IGLS y RIGLS

Se considera un modelo de varianza-covarianza simple de 2 niveles,

$$y_{ij} = b_0 + b_1 x_{ij} + u_{0j} + e_{0ij} \quad (7.2.1)$$

Suponiendo que uno conoce la varianza, V , se puede aplicar Mínimo Cuadrados Generalizados (GLS) y obtener estimadores para la parte fija del modelo,

$$\hat{b} = (X^T V^{-1} X)^{-1} X^T V^{-1} Y \quad (7.2.2)$$

El procedimiento es iterativo. Se comienza con estimadores “razonables” de los parámetros fijos; éstos son los estimadores de MCO (en el que se supone que $s_{u0}^2 = 0$), y se obtiene los estimadores de MCO de los coeficientes fijos $\hat{b}_{(0)}$. A partir de éstos se obtienen los residuos,

$$\tilde{y}_{ij} = y_{ij} - \hat{b}_0 - \hat{b}_1 x_{ij} \quad (7.2.3)$$

El vector de residuos “columna” se representa por,

$$\tilde{Y} = \{ \tilde{y}_{ij} \}$$

en donde el valor esperado del producto matricial cruzado $\tilde{Y}\tilde{Y}^T$ es simplemente V . Vectorizando este producto, es decir, apilando una columna sobre otra, se construye el vector $vec(V)$. La relación entre estos vectores se puede expresar como el siguiente modelo lineal,

$$\begin{pmatrix} \tilde{y}_{11}^2 \\ \tilde{y}_{21}\tilde{y}_{11} \\ \vdots \\ \tilde{y}_{22}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_{u0}^2 + s_{e0}^2 \\ s_{u0}^2 \\ \vdots \\ s_{u0}^2 + s_{e0}^2 \end{pmatrix} + R = s_{u0}^2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} + s_{e0}^2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} + R \quad (7.2.4)$$

donde R es un vector de residuos. El vector de la parte izquierda de (7.2.4) es el vector de variables dependientes del modelo lineal, y el lado derecho de (7.2.4) contiene dos variables explicativas y dos coeficientes, s_{u0}^2 y s_{e0}^2 que deben ser estimados. La estimación requiere la aplicación de GLS utilizando la matriz de covarianzas estimada, $vec(\tilde{Y}\tilde{Y}^T)$, suponiendo normalidad, es decir, $2(V^{-1} \otimes V^{-1})$, donde \otimes es el producto de

Kronecker. El supuesto de normalidad permite expresar la matriz de covarianzas como función de la parte aleatoria del modelo.

Con los estimadores obtenidos al aplicar GLS en (7.2.4) se vuelve a (7.2.2) obteniéndose nuevos estimadores de los efectos fijos y alternando entre los parámetros aleatorios y fijos estimados hasta que el procedimiento converja.

El otro método, RIGLS, en lugar de (7.2.4) como base del algoritmo utiliza la siguiente expresión,

$$E(R^+) = V - X(X^T V^{-1} X)^{-1} X^T \quad (7.2.5)$$

en donde el segundo término de (7.2.5) sirve como corrección y logra estimadores insesgados de los componentes de la varianza.

7.2.2. Los métodos MQL Y PQL

Los dos modelos precedentes son relevantes para modelos multinivel con resultados Gaussianos; diferentes métodos son necesarios para modelos no lineales con variables dicotómicas. Siguiendo a Goldstein (1995), en el simple caso de una estructura de 2 niveles, un modelo multinivel no lineal se puede expresar como,

$$y_{ij} = X_{1ij} \mathbf{b}_1 + Z_{1ij}^{(2)} u_{1j} + Z_{1ij}^{(1)} e_{1ij} + f(X_{2ij} \mathbf{b}_2 + Z_{2ij}^{(2)} u_{2j} + Z_{2ij}^{(1)} e_{2ij}) + \dots \quad (7.2.6)$$

donde la función f es no lineal (por ejemplo, una loglineal) y $+\dots$ indica que funciones no lineales adicionales pueden ser incluidas, incluyendo más variables explicativas de la parte fija X o variables explicativas de la parte aleatoria en los niveles 1 y 2, $Z^{(1)}$ y $Z^{(2)}$, respectivamente. La idea central del método de cuasi-verosimilitud es linealizar (7.2.6) a través de la expansión de la serie de Taylor; es decir, transformar f usando la primera y segunda derivada de la función no lineal. Por ejemplo, definiendo H_t como un valor a partir del cual se expande la serie, el término $f(\cdot)$ en (7.2.6) para la ij -ésima unidad en la iteración $(t+1)$ puede ser aproximado por,

$$\begin{aligned} & f_{ij}(H_t) + X_{2ij}(\mathbf{b}_{2,t+1} - \mathbf{b}_{2,t})f'_{ij}(H_t) + (Z_{2ij}^{(2)} u_{2j} + Z_{2ij}^{(1)} e_{2ij})f'_{ij}(H_t) \\ & + (Z_{2ij}^{(2)} u_{2j} + Z_{2ij}^{(1)} e_{2ij})^2 f''_{ij}(H_t) / 2 \end{aligned} \quad (7.2.7)$$

en términos de los valores estimados en la iteración t . La elección más simple es H_t , el valor predecido de la parte fija del argumento de $f(\cdot)$ en (7.2.6), y es conocida como el algoritmo de cuasi-verosimilitud (MQL). Este algoritmo se puede mejorar expandiendo alrededor del valor predecido total (la parte fija y la parte aleatoria) para la ij -ésima unidad por $H_t = X_{2ij} \mathbf{b}_{2,t} + (Z_{2ij}^{(2)} \hat{\mathbf{m}}_{2j} + Z_{2ij}^{(1)} \hat{e}_{2ij})$, donde \hat{e}_{2ij} y $\hat{\mathbf{m}}_{2j}$ son los estimadores de los efectos aleatorios. Cuando esto es combinado con la aproximación mejorada reemplazando en (7.2.7) los dos últimos términos con,

$$\begin{aligned} & [Z_{2ij}^{(1)}(e_{2ij} - \hat{e}_{2ij}) + Z_{2ij}^{(2)}(u_{2j} - \hat{u}_{2j})]f'_{ij}(H_t) + \\ & [Z_{2ij}^{(1)}(e_{2ij} - \hat{e}_{2ij}) + Z_{2ij}^{(2)}(u_{2j} - \hat{u}_{2j})]^2 f''_{ij}(H_t) / 2 \end{aligned} \quad (7.2.8)$$

el resultado es el algoritmo de cuasi-verosimilitud penalizado (PQL). Por lo tanto, la diferencia que se da entre ambos métodos yace en si los estimadores de los residuos del nivel 2 se agregan al componente lineal de la función no lineal cuando se forma la expansión en base a la serie de Taylor con el fin de linealizar el modelo o no. En el primer caso se conoce como PQL, y el segundo como MQL.

7.2.3. El método (algoritmo) EM

El algoritmo EM³⁶ se ilustrará suponiendo un modelo varianza-covarianza de 2 niveles,

$$y_{ij} = (X\mathbf{b})_{ij} + u_j + e_{ij}, \quad \text{var}(e_{ij}) = \mathbf{s}_e^2, \quad \text{var}(u_j) = \mathbf{s}_u^2 \quad (7.2.9)$$

El vector de residuos del nivel 2 es tratado como *missing* y los datos “completos”, por lo tanto, consisten en el vector observado Y y el u_j . La distribución conjunta de Y y u_j asumiendo normalidad es,

$$\begin{bmatrix} Y \\ u \end{bmatrix} = N \left\{ \begin{bmatrix} X\mathbf{b} \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} V & J^T \mathbf{s}_u^2 \\ \mathbf{s}_u^2 J & \mathbf{s}_u^2 I \end{bmatrix} \right\} \quad (7.2.10)$$

Ahora se obtiene la distribución de $\mathbf{b}_j|Y$, y se escribe el logaritmo de la Función de Verosimilitud Normal como,

$$\log(L) \propto -N \log(\mathbf{s}_e^2) - J \log|\Omega| - \mathbf{s}_e^{-2} \sum_{ij} e_{ij}^2 - \sum_j \mathbf{b}_j^T \Omega_u^{-1} \mathbf{b}_j \quad (7.2.11)$$

$$\Omega_u = \text{cov}(\mathbf{b}_j)$$

Maximizándola para los parámetros aleatorios,

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{s}}_e^2 &= N^{-1} \sum_{ij} e_{ij}^2 \\ \hat{\Omega}_u &= m^{-1} \sum_j \mathbf{b}_j \mathbf{b}_j^T \end{aligned} \quad (7.2.12)$$

donde m es el número de unidades del nivel 2. Obviamente uno desconoce los valores de los parámetros en (7.2.11) y por ello ninguna de las expresiones precedentes puede ser computada. Sin embargo, los estimadores para los datos “completos” se pueden calcular a través de su esperanza condicional, esto es, dado Y y los estimadores corrientes de e_{ij} y \mathbf{b}_j , y se sustituyen en (7.2.11)³⁷. Con estos nuevos parámetros aleatorios se forma V y así se obtienen nuevos estimadores para la parte fija del modelo aplicando GLS. La etapa de predicción se la conoce como la etapa “E” (esperanza) y su reemplazo en (7.2.11) como la etapa “M” (maximización). Estos nuevos estimadores son el input para una segunda etapa “E” del ciclo.

³⁶ La exposición se basa en Bryk (1992) y Goldstein (1995).

³⁷ Las fórmulas para la esperanza condicional de la parte aleatoria dado Y y los errores de los 2 niveles se pueden consultar en Bryk (1992, cap. 10).

El algoritmo tiene dos variantes implementadas por Bryk (1992). Una es conocida como Full Maximum Likelihood (FML); en este método tanto los coeficientes de regresión como los componentes de las varianzas son incluidos en la función de verosimilitud. El otro método es Restricted Maximum Likelihood (RML); aquí solamente los componentes de la varianza son incorporados en la función de verosimilitud. La diferencia es que FML cuando estima la varianza de los componentes trata los coeficientes de regresión como cantidades conocidas, mientras que RML considera que estos últimos poseen cierta incertidumbre. Por lo tanto, RML es más realista, y debería, en teoría, conducir a mejores estimadores, especialmente cuando la cantidad de grupos es reducida³⁸. No obstante, FML tiene dos ventajas respecto a RML, a saber: 1) su cálculo es generalmente más sencillo, 2) puesto que FML incluye los coeficientes de regresión en la función de verosimilitud, el test chi-cuadrado global se puede utilizar para testear las diferencias entre modelos que difieren únicamente en la parte fija (los coeficientes de regresión); en cambio, en RML, sólo se puede testear a través del test precedente, diferencias en la parte aleatoria (Hox; 1995).

7.2.4. El método (algoritmo) MCMC

Para ilustrar el método se supone un modelo de 2 niveles y el procedimiento del muestreo de Gibbs. El modelo es,

$$Y = X\mathbf{b} + Z^{(2)}u + Z^{(1)}e \quad (7.2.13)$$

En primer lugar, se considera la distribución de $\mathbf{b}|u^{(k)}, Y$ donde k representa la k -ésima iteración. Al estimar $\hat{\mathbf{b}}^{(k)}$ y $\text{var}(\hat{\mathbf{b}}^{(k)})$ se realiza la regresión de y_{ij} sobre x_{ij} y se ignora $u^{(k)}$ y $Z^{(2)}u$. Luego, se selecciona un vector aleatorio de la distribución, el que se supone normal multivariante ($\hat{\mathbf{b}}^{(k)}, \text{var}(\hat{\mathbf{b}}^{(k)})$).

En segundo lugar, se considera la distribución de $\Omega_2|u^{(k)}$. Si se supone una distribución previa no informativa, la distribución posterior de Ω_2^{-1} es una distribución Wishart con una matriz de covarianza,

$$S^{(k)} = \sum_{j=1}^J u_j^{(k)} u_j^{(k)T} \quad \text{con } d = J - q + 1 \text{ g.l.} \quad (7.2.14)$$

donde J es el número de unidades del nivel 2 y q el número de coeficientes aleatorios.

Finalmente, se considera la distribución de $u_j|\mathbf{b}, \Omega_2, Y$. Estos son los residuos del nivel 2. Suponiendo normalidad se puede generar un conjunto de $u_j^{(k)}$ y completar el ciclo iterativo.

El método es más poderoso para muestras moderadas y usada de manera conjunta con los métodos EM y IGLS.

³⁸ Si el número de unidades del nivel 2, J , es elevado, los dos métodos producirán resultados similares. No obstante, cuando J es reducido, los estimadores de la varianzas y covarianzas del nivel (la parte aleatoria) del nivel 2 de MLF serán inferiores a los de MLR en una magnitud del orden de $(J - F) / F$, donde F es el número de efectos fijos en el modelo (Bryk; 1992).

8. Listado de variables utilizadas

En la investigación multinivel, las variables pueden definirse en cualquier nivel de jerarquía. Algunas de estas variables pueden medirse directamente en su nivel natural; por ejemplo, a nivel de la escuela podemos medir el tamaño y tipo de la escuela, y a nivel del estudiante su inteligencia y éxito escolar. Adicionalmente, es posible “trasladar” variables de un nivel a otro por agregación o desagregación. La agregación significa que variables de un nivel inferior son traspasadas a un nivel superior, por ejemplo, computando el promedio de los tests de inteligencia de los alumnos. La desagregación implica lo contrario, esto es, “mover” variables hacia un nivel inferior: asignando a todos los alumnos una variable que refleje la denominación de la escuela a la que ellos pertenecen (Hox; 1995).

El siguiente esquema es sumamente ejemplificativo:

NIVEL	1		2		3N
<i>Tipo de variable</i>	Asboluta	⇒	Analítica			
	Relacional	⇒	Estructural			
	Contextual	⇐	Global	⇒	Analítica	
			Relacional	⇒	Estructural	
			Contextual	⇐	Global	⇒
					Relacional	⇒
					Contextual	⇐

En este esquema, el nivel inferior (nivel 1) está conformado por individuos. En cada nivel existen diversos tipos de variables. Variables *globales* y *absolutas*, que se refieren solamente al nivel en el cual están definidas, sin considerar ningún otro nivel (“variables absolutas” es el término usado para definir variables globales definidas en el nivel más bajo). Las *variables relacionales* también se refieren a un único nivel; éstas describen la relación entre unidades del mismo nivel. Las *variables analíticas* y *estructurales* se miden considerando las subunidades en el menor de los niveles. Las primeras tienen en cuenta la distribución de una variable absoluta o global en el nivel inferior; las segundas consideran la distribución de las variables relacionales en el nivel inferior. La construcción de variables

analíticas o relacionales del nivel inferior implican agregación (indicado por \Rightarrow): datos de las unidades del nivel inferior son agregadas en menor número de unidades de un nivel superior. Las *variables contextuales*, por otro lado, consideran las “super-unidades”; todas las unidades del nivel inferior reciben el valor de una variable de la super-unidad a la cual pertenecen. Este proceso es denominado desagregación (representado por \Leftarrow): datos de unidades de un nivel superior son desagregados en datos compuestos por número mayor de unidades de un nivel inferior (Hox; 1995).

8.1. Modelo de 2 niveles

1. La variable *dependiente* es el rendimiento promedio de los puntajes obtenidos por los alumnos en lengua y matemática.
2. Las variables *independientes* son:

Nivel 1:

- *Capital humano pre-escolar* (KH-pre) que engloba las tres siguientes variables:
 - Nivel educativo máximo alcanzado por el padre (edupadre) tabulado en: edupadre = 1 (primario incompleto), edupadre = 2 (primario completo), edupadre = 3 (secundario completo), edupadre = 4 (terciario completo).
 - Nivel educativo máximo alcanzado por la madre (edumadre) tabulado de la misma forma que edupadre.
 - Nivel socioeconómico (nse) tabulado en nse = 1 (bajo), nse = 2 (medio) y nse = 3 (alto).
- *Capital humano para-escolar* (KH-para) tabulado en kh = 1 (bajo), kh = 2 (medio) y kh = 3 (alto). Esta variable se compone por diversos ítems (por ejemplo, si el alumno lee libros en su casa, si tiene PC, si asistió al pre-escolar, si recibe apoyo de los padres en las tareas de la escuela, etc.), los cuales básicamente tratan de medir el capital humano que el estudiante obtiene fuera de la escuela.

Nivel 2:

- *Recursos de capital* (RK).
- *Recursos humanos* (RH).
- *OE* (origen de la escuela):

- Pública, dividida a su vez en provincial y municipal en el año 1993 y en rural y urbana en 1997.
- Privada.
- *Nivel socioeconómico promedio de la escuela* (nseprom)
- *Nivel educativo del padre promedio de la escuela* (edupprom)
- *Nivel educativo de la madre promedio de la escuela* (edumprom)
- *Variables interacción*

8.2. Modelo de 3 niveles

Las variables del nivel 1 y 2 son las mismas que las del modelo de 2 niveles, agregándose como variables del nivel de las jurisdicciones:

Nivel 3:

- gpape = gasto por alumno primario estatal (público) por jurisdicción
- gpapp = gasto por alumno primario privado por jurisdicción
- gpap = gasto por alumno primario (promedio de gpape y gpapp ponderado por la matrícula)
- pib = producto interno bruto per cápita por jurisdicción (excluye minería)
- ef = esfuerzo financiero (gpap/pib)
- variables dummy para cada una de las 25 jurisdicciones y para todo el país menos Capital Federal (dumres)
- gpapen = gpape recodificado en alto, medio y bajo
- gpappn = gpapp recodificado en alto, medio y bajo
- gpapn = gpap recodificado en alto, medio y bajo
- efn = ef recodificado en alto, medio y bajo
- pibn = pib recodificado en alto, medio y bajo
- (gpapen) i = dummy para cada uno de los valores de gpapen (i = 1, 2, 3)
- (gpappn) i = dummy para cada uno de los valores de gpappn (i = 1, 2, 3)
- (gpapn) i = dummy para cada uno de los valores de gpapn (i = 1, 2, 3)
- (efn) i = dummy para cada uno de los valores de efn (i = 1, 2, 3)
- (pibn) i = dummy para cada uno de los valores de pibn (i = 1, 2, 3)

- edumprju = nivel educativo promedio de la madre por jurisdicción
- edupprju = nivel educativo promedio del padre por jurisdicción
- (edumprjun) i = dummy para cada uno de los valores de edumprjun (i = 1, 2, 3)
- (edupprjun) i = dummy para cada uno de los valores de edupprjun (i = 1, 2, 3)
- nseproju = nivel socioeconómico promedio por jurisdicción
- rkjuris = recursos de capital promedio por jurisdicción
- nseprojun = nseproju recodificado en alto, medio y bajo
- (nseprojun) i = dummy para cada uno de los valores de nseprjun (i = 1, 2, 3)
- rkjurisn = rkjuris recodificado en alto, medio y bajo

9. Anexo

9.1. Modelos de 2 niveles

Cuadro 1. Oneway ANOVA con efectos aleatorios

AÑO 1993

Efectos Fijos	Coefficiente	Error estándar	T-ratio	Valor-P
Media de la escuela promedio: γ_{00}	49,988	0,607	80,645	0,000

Efectos aleatorios	Componente de la varianza	gl	χ -cuadrado	Valor-P
Media de la escuela, μ_{0j}	111,552	337	4349,769	0,000
Efecto-nivel 1, r_{ij}	135,367			

Coefficiente de correlacion intraclase	0,45
Reliability	0,894
Deviance	37600,201
número de parámetros estimados	2

AÑO 1997

Efectos Fijos	Coefficiente	Error estándar	T-ratio	Valor-P
Media de la escuela promedio: γ_{00}	54,38	0,32	167,43	0,000

Efectos aleatorios	Componente de la varianza	gl	χ -cuadrado	Valor-P
Media de la escuela, μ_{0j}	146,82	1489	25150,91	0,000
Efecto-nivel 1, r_{ij}	181,61			

Coefficiente de correlacion intraclase	0,45
Reliability	0,93
Deviance	244368,01
número de parámetros estimados	2

El “reliability” nos da información adicional (a la del test basado en el estadístico χ^2) sobre la manera en que se debe especificar la parte aleatoria del modelo. Si el valor de este cae por debajo de 0.05, es aconsejable modelar el coeficiente asociado a este valor como fijo entre las unidades del nivel 2 (escuelas).

Cuadro 2. Means-as-Outcomes Regression

AÑO 1993

Modelo final: Con las variables RK, Nseprom, y las dummies Pubmun y Privado

Efectos Fijos	Coefficiente	Error estándar	T-ratio	Valor-P
Modelo para la media de la escuela:				
Ordenada, γ_{00}	48,088	0,476	101,070	0,000
Pubmun, γ_{01}	6,566	2,198	2,988	0,003
Privado, γ_{02}	4,307	1,361	3,162	0,002
RK(*), γ_{03}	1,74	0,566	3,074	0,003
Nseprom(*), γ_{04}	14,493	1,236	11,722	0,000

(*) Variables centradas alrededor de la gran medi

Efectos aleatorios	Componente de la varianza	gl	χ^2 -cuadrado	Valor-P
Media de la escuela, μ_{0j}	47,626	333	1958,26	0,000
Efecto-nivel 1, rij	135,561			

Coefficiente de correlacion intraclase condicional	0,260
Proporción de la varianza explicada en el nivel 2	0,57
Reliability condiciona	0,793
Deviance	37362,61
número de parámetros estimados	7

AÑO 1997

Modelo final: Con las variables RK, Nseprom, y las dummy para las escuelas privadas

Efectos Fijos	Coefficiente	Error estándar	T-ratio	Valor-P
Modelo para la media de la escuela				
Ordenada, γ_{00}	53,90	0,28	193,55	0,000
Privado, γ_{01}	3,30	0,83	3,96	0,000
RK (*), γ_{02}	0,77	0,32	2,39	0,017
Nseprom(*), γ_{03}	16,88	0,71	23,79	0,000

(*) Variables centradas alrededor de la gran media

Efectos aleatorios	Componente de la varianza	gl	χ^2 -cuadrado	Valor-P
Media de la escuela, μ_{0j}	87,72	1486	15204,42	0,000
Efecto-nivel 1, rij	181,66			

Coefficiente de correlacion intraclase condicional	0,33
Proporción de la varianza explicada en el nivel 2	0,40
Reliability condiciona	0,9
Deviance	243670,54
número de parámetros estimados	6

Tanto en 1993 como en 1997, los modelos finales ajustan mejor que los modelos que contemplan cada uno de los predictores del nivel 2 en forma individual, como así también son especificaciones superiores a los modelos ANOVA de sus respectivos años. Estos tests de especificación se efectúan por medio de los “deviances”. El estadístico χ^2 se utiliza para el test de que un efecto aleatorio en particular es nulo; rechazándose la hipótesis nula en ambos años para la varianza del rendimiento medio entre escuelas y para la varianza del nivel 1 (en la salida no se encuentra el estadístico).

Cuadro 3. Oneway ANCOVA con efectos aleatorios

AÑO 1993

Modelo final: Con el nivel educativo de la madre y el nivel socioeconómico

Efectos Fijos	Coefficiente	Error estándar	T-ratio	Valor-P
Rendimiento promedio de las escuelas, γ_{00}	49,128	0,545	90,217	0,000
Pendiente edumadre-promedio(*), γ_{10}	1,371	0,227	6,050	0,000
Pendiente nse-promedio(*), γ_{20}	2,665	0,356	7,482	0,000

Efectos aleatorios	Componente de la varianza	gl	χ^2 -cuadrado	Valor-P
Media de la escuela, μ_{0j}	87,527	337	3542,63	0,000
Efecto-nivel 1, r_{ij}	132,052			

Coefficiente de correlación intraclass condicional	0,399
Proporción de la varianza explicada en el nivel 1	0,024
Reliability condicional	0,873
Deviance	37417,362
número de parámetros estimados	5

Tests de hipótesis	Decisión ($\alpha = 0,05$)
Homogeneidad de la varianza del nivel 1	Se rechaza
$\gamma_{10} = \gamma_{20} = 0$	Se rechaza
Este <i>modelo</i> ajusta mejor que el ANOVA	Se acepta

AÑO 1997

Modelo final: Con el nivel educativo del padre y de la madre, el nivel socioeconómico y el capital para-escolar

Efectos Fijos	Coefficiente	Error estándar	T-ratio	Valor-P
Rendimiento promedio de las escuelas, γ_{00}	54,57	0,30	182,30	0,000
Pendiente nse-promedio(*), γ_{10}	1,11	0,20	5,34	0,000
Pendiente edumadre-promedio(*), γ_{20}	1,00	0,14	7,16	0,000
Pendiente edupadre-promedio(*), γ_{30}	0,53	0,14	3,86	0,000
Pendiente KH-promedio(*), γ_{40}	2,80	0,13	22,07	0,000

Efectos aleatorios	Componente de la varianza	gl	χ^2 -cuadrado	Valor-P
Media de la escuela, μ_{0j}	123,43	1489	21828,76	0,000
Efecto-nivel 1, r_{ij}	176,91			

Coefficiente de correlación intraclass condicional	0,411
Proporción de la varianza explicada en el nivel 1	0,026
Reliability condicional	0,93
Deviance	243378,86
número de parámetros estimados	7

Tests de hipótesis	Decisión ($\alpha = 0,05$)
Homogeneidad de la varianza del nivel 1	Se rechaza
$\gamma_{10} = \gamma_{20} = \gamma_{30} = \gamma_{40} = 0$	Se rechaza
Este <i>modelo</i> ajusta mejor que el ANOVA	Se acepta

Cuadro 4. Random coefficients Models

AÑO 1993

Modelo final: Con el nivel educativo de la madre y el nivel socioeconómico

Efectos Fijos	Coefficiente	Error estándar	T-ratio	Valor-P
Rendimiento promedio de las escuelas, γ_{00}	48,976	0,606	80,770	0,000
Pendiente edumadre-promedio(*), γ_{10}	1,122	0,238	4,716	0,000
Pendiente nse-promedio(*), γ_{20}	2,043	0,4	5,117	0,000

(*) Variables centradas alrededor de la media grupal

Efectos aleatorios	Componente de la varianz	gl	χ^2 -cuadrado	Valor-P
Media de la escuela, μ_{0j}	111,759	308	4414,151	0,000
Pendiente edumadre-promedio, μ_{1j}	1,162	308	362,364	0,018
Pendiente nse-promedio, μ_{2j}	7,739	308	372,151	0,007
Efecto-nivel 1, σ^2_{ϵ}	128,232			

Coefficiente de correlación intraclass condicional	0,466
Proporción de la varianza explicada en el nivel 1	0,053
Reliability condicional (B0)	0,941
Reliability condicional (B1)	0,06
Reliability condicional (B2)	0,141
Deviance	37453,815
número de parámetros estimados	10
Correlación ordenada-edumadre	0,257
Correlación ordenada-nse	0,376

Tests de hipótesis	Decisión ($\alpha = 0,05$)
Homogeneidad de la varianza del nivel 1	Se rechaza
$\gamma_{10} = \gamma_{20} = 0$	Se rechaza
Este modelo ajusta mejor que el ANCOVA (modelo final)	Se acepta

En la sección de efectos aleatorios, las hipótesis nulas de que las varianzas de las pendientes de edumadre (1.16) y de nse (7.74) son iguales a cero se rechazan para un ET1 igual al 5%, ya que las regiones de rechazo quedan definidas en valores de probabilísticos de 1.8% y 0.7%. Además esta dócima es corroborada por el reliability para B1 y B2, los cuales son mayores a 0.05. Por lo tanto, la presente especificación del modelo es superior a la que la que considera estas dos pendientes como fijas entre escuelas (modelo ANCOVA), siendo esto testado por medio de los deviances de cada uno de los modelos.

AÑO 1997

Modelo: Con el nivel educativo del padre y de la madre, el nivel socioeconómico y el capital para-escol

Efectos Fijos	Coficiente	Error estándar	χ^2 -cuadrado	Valor-P
Rendimiento promedio de las escuelas, γ_{00}	54,380	0,320	167,450	0,000
Pendiente nse-promedio(*), γ_{10}	0,730	0,210	3,510	0,001
Pendiente edumadre-promedio(*), γ_{20}	0,92	0,14	6,42	0,000
Pendiente edupadre-promedio(*), γ_{30}	0,45	0,14	3,16	0,002
Pendiente KH-promedio(*), γ_{40}	2,64	0,13	19,72	0,000

(*) Variables centradas alrededor de la media grupal

Efectos aleatorios	Componente de la varianza	gl	χ^2 -cuadrado	Valor-P
Media de la escuela, μ_{0j}	147,19	1431	24829,24	0,000
Pendiente nse-promedio, μ_{1j}	3,32	1431	1426,43	> 0,5
Pendiente edumadre-promedio, μ_{2j}	1,46	1431	1592,12	0,002
Pendiente edupadre-promedio, μ_{3j}	1,4	1431	1482,53	0,168
Pendiente KH-promedio, μ_{4j}	2,25	1431	1547,68	0,016
Efecto-nivel 1, μ_{ij}	174,06	1431		

Coficiente de correlacion intraclass condicione	0,458
Proporción de la varianza explicada en el nivel 1	0,042
Reliability condicional (B0)	0,94
Reliability condicional (B1)	0,045
Reliability condicional (B2)	0,041
Reliability condicional (B3)	0,039
Reliability condicional (B4)	0,073
Deviance	243549,42
número de parámetros estimados	21
Correlación ordenada-nse	0,29
Correlación ordenada-edumadre	0,1
Correlación ordenada-edupadre	0,05
Correlación ordenada-KH	0,16

Tests de hipótesis	Decisión ($\alpha = 0,05$)
Homogeneidad de la varianza del nivel	Se rechaza
Este <i>modelo</i> ajusta mejor que el ANCOVA (modelo final)	Se acepta

Las varianzas de las pendientes del nivel educativo del padre y del nivel socioeconómico, al tener asociados ($\text{prob} > \chi^2$) mayores a 0.05, no son significativamente distintas de cero. Las varianzas de la media de la escuela y las pendientes de KH y de edumadre, contrariamente, son estadísticamente no nulas. Por consiguiente, y pese a que esta formulación (la cual modela como aleatorias dos relaciones que realmente no lo son) es superior a la del modelo ANCOVA, en las etapas posteriores se considerarán las pendientes de nse y edupadre como fijas entre escuelas, esto es, con varianzas nulas.

Cuadro 5. A nonrandomly varying slopes models

AÑO 1993

Modelo final: Con las variable nseprom en B1 y B2 y la dummy para escuelas privadas en B2

Efectos Fijos	Coeficiente	Error estándar	T-ratio	Valor-P
Modelo para la media de la escuela				
Ordenada, γ_{00}	48,087	0,476	101,046	0,000
Pubmun, γ_{01}	6,571	2,198	2,99	0,003
Privado, γ_{02}	4,304	1,361	3,162	0,002
RK(*), γ_{03}	1,743	0,566	3,079	0,003
Nseprom(*), γ_{04}	14,48	1,236	11,711	0,000
Modelo para la pendiente edumadre-promedio				
Ordenada, γ_{10}	1,067	0,231	4,621	0,000
nseprom(*), γ_{11}	0,936	0,58	1,615	0,106
Modelo para la pendiente nse-promedio				
Ordenada, γ_{20}	2,468	0,389	6,351	0,000
Privado, γ_{21}	-2,27	0,956	-2,373	0,018
nseprom(*), γ_{22}	4,197	1,012	4,148	0,000

(*) Variables centradas alrededor de la gran medi

Efectos aleatorios	Componente de la varianze	gl	χ^2 -cuadrado	Valor-P
Media de la escuela, μ_{0j}	48,044	333	2026,12	0,000
Efecto-nivel 1, η_{ij}	131,037			

Coeficiente de correlacion intraclase	
condicional	0,268
Reliability condiciona	0,799
Deviance	37212,894
número de parámetros estimados	12

Tests de hipótesis	Decisión ($\alpha = 0,05$)
Homogeneidad de la varianza del nivel	Se rechaza
$\gamma_{11} = 0$	Se acepta
Este modelo ajusta mejor que el del paso	Se acepta

La variable nseprom modelada en la pendiente del nivel socioeconómico del alumno (nse) no es estadísticamente significativa a un 5%. Sin embargo se decidió incluirla, no sólo por los interesantes aspectos conceptuales que conllevan su modelación, sino también por razones estrictamente teóricas. Generalmente, la sub-especificación provoca mayores perjuicios que la sobre-especificación, en consecuencia, se sigue la recomendación de Hox (1995), el cual propone que con el fin de evitar la sub-especificación se deben omitir sólo aquellas variables que no son significativas para $\alpha \geq 0.10$.

AÑO 1997

Modelo final: Con la variable RK en B1, nseprom en B3, y RK y nseprom en B4

Efectos Fijos	Coficiente	Error estándar	T-ratio	Valor-P
Modelo para la media de la escuela				
Ordenada, γ_{00}	53,90	0,28	190,92	0,000
Privado, γ_{01}	3,3	0,84	3,92	0,000
RK (*), γ_{02}	0,77	0,32	2,36	0,018
Nseprom(*), γ_{03}	16,88	0,72	23,47	0,000
Modelo para la pendiente nse-promedio:				
Ordenada, γ_{10}	0,73	0,20	3,63	0,001
RK(*), γ_{11}	0,42	0,18	2,38	0,017
Modelo para la pendiente edumadre-promedio:				
Ordenada, γ_{20}	0,91	0,14	6,56	0,000
Modelo para la pendiente edupadre-promedio:				
Ordenada, γ_{30}	0,42	0,14	2,99	0,003
Nseprom(*), γ_{31}	0,75	0,29	2,60	0,010
Modelo para la pendiente KH-promedio:				
Ordenada, γ_{40}	2,61	0,13	20,46	0,000
RK(*), γ_{41}	0,25	0,16	1,58	0,113
Nseprom(*), γ_{42}	1,32	0,34	3,89	0,000

(*) Variables centradas alrededor de la gran media

Efectos aleatorios	Componente de la varianza	gl	χ^2 -cuadrado	Valor-P
Media de la escuela, μ_{0j}	88,3	1486	15639,87	0,000
Efecto-nivel 1, r_{ij}	176,6			

Coficiente de correlacion intraclase condicional	0,333
Reliability condicional	0,9
Deviance	242896,2
número de parámetros estimados	2

Tests de hipótesis	Decisión ($\alpha = 0,05$)
Homogeneidad de la varianza del nivel	Se rechaza
Este modelo ajusta mejor que el del paso 4	Se acepta

Los argumentos esgrimidos para la inclusión del nivel socioeconómico promedio de la escuela (nseprom) en la pendiente de edumadre en 1993, son aquí también aplicables para la modelación de RK en la pendiente de KH.

Cuadro 6. A Intercepts and Slopes-as-Outcomes Model (Full Model)

AÑO 1993

Modelo final: Con las variable nseprom en B1 y B2 y la dummy para escuelas privadas en B2.
El coeficiente B2 está modelado como aleatorio.

Efectos Fijos	Coeficiente	Error estándar	T-ratio	Valor-P
Modelo para la media de la escuela				
Ordenada, γ_{00}	48,074	0,476	101,029	0,000
Pubmun, γ_{01}	6,747	2,192	3,078	0,003
Privado, γ_{02}	4,301	1,362	3,162	0,002
RK(*), γ_{03}	1,784	0,564	3,162	0,002
Nseprom(*), γ_{04}	14,42	1,235	11,68	0,000
Modelo para la pendiente edumadre-promedio:				
Ordenada, γ_{10}	1,062	0,231	4,596	0,000
nseprom(*), γ_{11}	0,906	0,58	1,563	0,118
Modelo para la pendiente nse-promedio				
Ordenada, γ_{20}	2,405	0,423	5,685	0,000
Privado, γ_{21}	-2,257	1,077	-2,034	0,042
nseprom(*), γ_{22}	3,941	1,088	3,606	0,000

(*) Variables centradas alrededor de la gran medi

Efectos aleatorios	Componente de la varianze	gl	χ^2 -cuadrado	Valor-P
Media de la escuela, μ_{0j}	48,205	320	2035,01	0,000
Pendiente nse-promedio, μ_{2j}	6,398	322	399,85	0,002
Efecto-nivel 1, γ_{ij}	129,13			

Coeficiente de correlacion intraclase	
condicional	0,272
Reliability condicional (B0)	0,81
Reliability condicional (B2)	0,162
Deviance	37205,2
número de parámetros estimados	14

Tests de hipótesis	Decisión ($\alpha = 0,05$)
Homogeneidad de la varianza del nivel	Se rechaza
Este modelo ajusta mejor que el del paso 5	Se acepta

Si bien al estimar las dos pendientes como aleatorias se rechazan las dúcimas de que sus varianzas son nulas, se produce un importante sesgo en la estimación de la pendiente de edumadre del predictor nseprom. Entonces, se eliminó el componente aleatorio de esta pendiente y se lo testeó contra el modelo precedente, eligiéndose el modelo presentado.

Naturalmente, este modelo ajusta mejor que el modelo del paso 5, el cual toma las dos pendientes como fijas.

Proporción de la varianza explicada por el model final (1993)

Modelos	Rendimiento promedio	Nivel socioeconómico
	Var (β_{0j})	Var (β_{2j})
Random coefficients	111,76	7,74
Full Model	48,21	6,40
Proporción de la varianza explicada	56,87	17,33

AÑO 1997

Modelo final: Igual al modelo del paso 5 pero con efectos aleatorios en todos los betas

Efectos Fijos	Coefficiente	Error estándar	T-ratio	Valor-P
Modelo para la media de la escuela:				
Ordenada, γ_{00}	53,89	0,28	193,33	0,000
Privado, γ_{01}	3,36	0,83	4,04	0,000
RK (*), γ_{02}	0,76	0,32	2,39	0,017
Nseprom (*), γ_{03}	16,83	0,71	23,74	0,000
Modelo para la pendiente nse-promedio:				
Ordenada, γ_{10}	0,73	0,21	3,54	0,001
RK (*), γ_{11}	0,43	0,19	2,33	0,020
Modelo para la pendiente edumadre-promedio:				
Ordenada, γ_{20}	0,92	0,14	6,42	0,000
Modelo para la pendiente edupadre-promedio:				
Ordenada, γ_{30}	0,43	0,14	2,97	0,003
Nseprom (*), γ_{31}	0,7	0,30	2,36	0,018
Modelo para la pendiente KH-promedio:				
Ordenada, γ_{40}	2,62	0,13	1959,00	0,000
RK (*), γ_{41}	0,27	0,17	1,63	0,100
Nseprom (*), γ_{42}	1,3	0,36	3,68	0,000

(*) Variables centradas alrededor de la gran media

Efectos aleatorios	Componente de la varianza	gl	χ^2 -cuadrado	Valor-P
Media de la escuela, μ_{0j}	88,15	1428	15426,39	0,000
Pendiente nse-promedio, μ_{1j}	3,52	1430	1424,09	> 0,5
Pendiente edumadre-promedio, μ_{2j}	1,58	1431	1592,39	0,002
Pendiente edupadre-promedio, μ_{3j}	1,37	1430	1482,35	0,179
Pendiente KH-promedio, μ_{4j}	1,15	1429	1535,57	0,029
Efecto-nivel 1, ϵ_{ij}	174,4			

Coeficiente de correlación intraclase condicional	0,336
Reliability condicional (B0)	0,904
Reliability condicional (B1)	0,047
Reliability condicional (B2)	0,044
Reliability condicional (B3)	0,038
Reliability condicional (B4)	0,039
Deviance	242831,52
número de parámetros estimados	28

Tests de hipótesis	Decisión ($\alpha = 0,05$)
Homogeneidad de la varianza del nivel 1	Se rechaza
Este modelo ajusta mejor que el del paso 5	Se acepta

En primer lugar, el presente modelo ajusta mejor que el del paso 5, el cual sólo considera como aleatorio el rendimiento medio de las escuelas, esto es, la var (μ_{0j}). Además, aquí, como el paso 4, no hay evidencia de efectos únicos no nulos en las escuelas en las pendientes para el nivel socioeconómico como para el nivel educativo del padre; empero, esta formulación de la parte aleatoria del modelo es superior a la que considera a las dos pendientes anteriores como fijas entre escuelas, es decir, con varianzas nulas. Sobre la base de estos resultados, lo que ahora se realiza es comparar los cambios que las variables explicativas del nivel 2 provocan en las varianzas de los distintos parámetros respecto al modelo que no incluye ninguno de éstos –el random coefficients model–.

En el cuadro siguiente, figuran las proporciones de las varianzas explicadas en los β_{ij} por el modelo “completo”.

Proporción de la varianza explicada por el modelo final (1997)

Coeficientes	Modelos		Proporción de la varianza explicada
	Random coefficients	Full Model	
Rendimiento promedio Var (β_{0j})	147,19	88,15	40,11
Nivel socioeconómico Var (β_{1j})	3,32	3,52	-6,02
Nivel educativo de la madre Var (β_{2j})	1,46	1,58	-8,22
Nivel educativo del padre Var (β_{3j})	1,4	1,37	2,14
Capital para-escolar Var (β_{4j})	2,25	1,15	48,89

• Rendimiento medio. Var (β_{0j}).

El 40 % de la variación en el rendimiento entre escuelas es explicado por el modelo final a través de los predictores privado, nseprom y RK. Prácticamente toda esta reducción en la var (β_{0j}) se debe al nivel socioeconómico promedio de la escuela.

• Nivel socioeconómico. Var (β_{1j}).

Aunque los recursos de capital de la escuela es una variable grupal significativa de la pendiente del nivel socioeconómico, en vez de disminuir la varianza de ésta entre escuelas la incrementa en un 6%. Un fundamento para este fenómeno podría ser que los recursos de capital de las escuelas no están distribuidos de acuerdo a los estatus socioeconómicos de los alumnos que concurren a éstas; no obstante, el aumento en la varianza no es muy elevado y no nos debería preocupar, en tanto se acepta la hipótesis nula de que var (β_{1j}) es igual a cero, por lo que este cambio del 6% no tendría ningún significado.

• Nivel educativo de la madre. Var (β_{2j}).

La varianza de la pendiente del nivel educativo de la madre si es estadísticamente no nula, y sube en 8.22% respecto al modelo de coeficientes aleatorios. Ya que no se incluyó ningún predictor para esta pendiente, es decir su formulación es idéntica a la del modelo de la cuarta etapa, el incremento en la varianza de β_{2j} descansa en razones empíricas. Examinando la matriz de correlaciones de los errores, el máximo valor de la var (μ_{2j}) yace en la correlación de este término de error con los errores de las pendientes de edupadre y de KH.

• Nivel educativo del padre. Var (β_{3j}).

Aquí ocurre lo opuesto a la varianza del nivel socioeconómico: la varianza de la pendiente del nivel educativo del padre se reduce en un 2.14% al introducir como predictor el nivel socioeconómico promedio de la escuela (nseprom), pero este descenso es no significativo, en tanto el estadístico χ^2 que utiliza la dócima de hipótesis está asociado a una probabilidad del 16%.

• Capital paraescolar. Var (β_{4j}).

La varianza de la pendiente del capital paraescolar del full model es la que más se reduce de todas de todas las varianzas de los betas. En la caída del 48% de la varianza, el nivel socioeconómico promedio de la escuela contribuye en un 14% más que los recursos de capital de la escuela, el otro predictor. Lo interesante aquí es que la mayor reducción en el componente aleatorio de las pendientes se verifica en mayor el coeficiente del nivel 1.

En síntesis, de los cinco efectos aleatorios del full model dos son nulos, y de los tres restantes dos muestran disminuciones. Los descensos de estos dos efectos aleatorios superan con creces el único aumento de la varianza, y el principal factor explicativo de estas reducciones es el nivel socioeconómico promedio de la escuela, y luego los recursos de capital.

Cuadro 7. Cálculo de los efectos composicionales

AÑO 1993

Efecto composicional	Estrato			
	<i>Privado</i>	<i>Público</i>	<i>Público provincial</i>	<i>Público municipal</i>
1) a- Relación del nivel socioeconómico con rendimiento promedio de la escuela	1,904	10,504	10,465	13,005
1) b- Relación de los recursos de capital con el rendimiento promedio de la escuela	7,41	4,41	3,83	9,3
2) Efecto del sector en el rendimiento:				
clase social baja (=1)	15,93	-16,56	-15,44	9,91
clase social media (= 2)	7,37	-7,04	-7,67	7,10
clase social alta (= 3)	-1,19	2,48	0,10	4,29
3) Diferenciación de las clases sociales	2,93	4,00	4,21	2,74

El tercer efecto para las escuelas públicas municipales es no significativo.

AÑO 1997

Efecto composicional	Estrato			
	<i>Privado</i>	<i>Público</i>	<i>Público urbano</i>	<i>Público rural</i>
1) a- Relación del nivel socioeconómico con el rendimiento promedio de la escuela	18,46	17,01	17,95	17,65
1) b- Relación de los recursos de capital con el rendimiento promedio de la escuela	5,58	2,18	2,95	-0,66
2) Efecto del sector en el rendimiento:				
clase social baja (=1)	-21,85	-30,72	-23,08	-15,61
clase social media (= 2)	-0,92	-14,02	-5,66	-7,43
clase social alta (= 3)	20,01	2,68	11,76	0,75
3) Diferenciación de las clases sociales	0,23	0,52	0,37	0,62

El tercer efecto en todos los estratos (y sub-estratos) para 1997 es no significativo.

Cuadro 8. Efectividad y equidad en las escuelas según el estrato al que pertenecen

AÑO 1993

I) Efectividad

Hipótesis	Decisión (*)		
	Se acepta	Se rechaza	Son igualmente efectivas
a) Sin controlar por ninguna variable:			
Las escuelas privadas son menos efectivas que las pública		X	
Las escuelas privadas son menos efectivas que las públicas municipale	X	X	
Las escuelas privadas son menos efectivas que las públicas provinciale		X	
Las escuelas públicas municipales son menos efectivas que las públicas provinciale		X	
b) Controlando por el nivel socioeconómico promedio de la escuela			
Las escuelas privadas son menos efectivas que las pública		X	
Las escuelas privadas son menos efectivas que las públicas municipale	X	X	
Las escuelas privadas son menos efectivas que las públicas provinciale		X	
Las escuelas públicas municipales son menos efectivas que las públicas provinciale		X	
c) Controlando por el nivel educativo promedio de la madre de la escuela			
Las escuelas privadas son menos efectivas que las pública		X	
Las escuelas privadas son menos efectivas que las públicas municipale		X	
Las escuelas privadas son menos efectivas que las públicas provinciale		X	
Las escuelas públicas municipales son menos efectivas que las públicas provinciale		X	
d) Controlando por los recursos de capital promedio de la escuela			
Las escuelas privadas son menos efectivas que las pública		X	
Las escuelas privadas son menos efectivas que las públicas municipale	X	X	
Las escuelas privadas son menos efectivas que las públicas provinciale		X	
Las escuelas públicas municipales son menos efectivas que las públicas provinciale		X	

(*) Se toma un alfa = 0,05

II) Equidad

Hipótesis	Decisión		
	Se acepta	Se rechaza	Son equitativamente iguales
a) Sin controlar por ninguna variable:			
Las escuelas privadas son menos equitativas que las pública		X	
Las escuelas privadas son menos equitativas que las públicas municipale	X	X	
Las escuelas privadas son menos equitativas que las públicas provinciale		X	
Las escuelas públicas municipales son menos equitativas que las públicas provinciales (*)		X	X

(*) P ($t > t^*$) = 0,033; entonces se acepta la hipótesis alternativa de que las escuelas públicas municipales son igual o más inequitativas que las públicas provinciales

AÑO 1997

l) Efectividad

Hipótesis	Decisión (*)		
	Se acepta	Se rechaza	Son igualmente efectivas
<i>a) Sin controlar por ninguna variable:</i>			
Las escuelas privadas son menos efectivas que las pública		X	
Las escuelas privadas son menos efectivas que las públicas urbana		X	
Las escuelas privadas son menos efectivas que las públicas rurale		X	
Las escuelas públicas urbanas son menos efectivas que las públicas rurale		X	
<i>b) Controlando por el nivel socioeconómico promedio de la escuela</i>			
Las escuelas privadas son menos efectivas que las pública		X	
Las escuelas privadas son menos efectivas que las públicas urbana		X	
Las escuelas privadas son menos efectivas que las públicas rurale		X	
Las escuelas públicas urbanas son menos efectivas que las públicas rurale		X	
<i>c) Controlando por el nivel educativo promedio de la madre de la escuela</i>			
Las escuelas privadas son menos efectivas que las pública		X	
Las escuelas privadas son menos efectivas que las públicas urbana		X	
Las escuelas privadas son menos efectivas que las públicas rurale		X	
Las escuelas públicas urbanas son menos efectivas que las públicas rurale		X	
<i>d) Controlando por los recursos de capital promedio de la escuela</i>			
Las escuelas privadas son menos efectivas que las pública		X	
Las escuelas privadas son menos efectivas que las públicas urbana		X	
Las escuelas privadas son menos efectivas que las públicas rurale		X	
Las escuelas públicas urbanas son menos efectivas que las públicas rurales		X	

(*) Se toma un alfa = 0,05

Cuadro 1. Oneway ANOVA con efectos aleatorios

AÑO 1993

Efecto Fijo	Coefficiente	Error estándar	T-ratio	Valor-P
Media de la jurisdicción promedio: γ_{000}	49,198	1,248	39,415	0,000

Efectos aleatorios	Componente de la varianza	gl	χ^2 -cuadrado	Valor-P
Alumnos (nivel 1), e _{ijk}	135,31			
Escuelas (nivel 2), r _{0jk}	82,28	314	995,74	0,000
Jurisdicciones (nivel 3), μ_{00k}	29,97	23	128,28	0,000

Descomposición de la varianza	Proporción por nivel (*)
nivel 1	54,66
nivel 2	33,24
nivel 3	12,11

(*) Son los coeficientes de correlación intraclase

Reliability (π_0)	0,864
Reliability (β_{00})	0,801
Deviance	37539,77
número de parámetros estimados	4

9.2. Modelos de 3 niveles

AÑO 1997

Efecto Fijo	Coefficiente	Error estándar	T-ratio	Valor-P
Media de la jurisdicción promedio: γ_{000}	54,90	1,09	50,32	0,000

Efectos aleatorios	Componente de la varianza	gl	χ^2 -cuadrado	Valor-P
Alumnos (nivel 1), e _{ijk}	181,61			
Escuelas (nivel 2), r _{0jk}	119,09	1464	6202,56	0,000
Jurisdicciones (nivel 3), μ_{00k}	27,5	24	346,87	0,000

Descomposición de la varianza	Proporción por nivel (*)
nivel 1	55,34
nivel 2	36,29
nivel 3	8,38

(*) Son los coeficientes de correlación intraclase

Reliability (π_0)	0,921
Reliability (β_{00})	0,924
Deviance	244124,81
número de parámetros estimados	4

Cuadro 2. Means-as-Outcomes Regresion: Modelación de la ordenada del nivel 3

AÑO 1993

a) Variables de gastos por alumno

Modelos	Coefficientes	Valores de los coeficientes	Valor-P	Proporción de la varianza explicada en el nivel 3
1) Con el gasto por alumno privado recodificado:	Ordenada, γ_{000}	49,36	0,000	
	gpappn(*), γ_{010}	3,44	0,019	25,09
2) Con el gasto por alumno privado bajo y medio:	Ordenada, γ_{000}	50,54	0,000	53,79
	gpappn1(*), γ_{010}	-5,90	0,019	
	gpappn2(*), γ_{020}	3,67	0,153	

(*) Variables centradas respecto a la gran media (la jurisdicción)

Nota: El primer modelo ajusta mejor que el segundo (testado por medio de los deviances). Ambos ajustan mejor que el ANOVA.

b) Variables de PIB (excluye minería)

Modelos	Coefficientes	Valores de los coeficientes	Valor-P	Proporción de la varianza explicada en el nivel 3
1) Con PIBN:	Ordenada, γ_{000}	49,26	0,000	
	pihn(*), γ_{010}	4,30	0,003	40,04
2) Con PIBN3:	Ordenada, γ_{000}	46,99	0,000	
	pihn3, γ_{010}	6,81	0,007	33,93
3) Con PIBN1 y PIBN2:	Ordenada, γ_{000}	53,81	0,000	
	pihn2, γ_{020}	-5,02	0,059	40,61
	pihn1, γ_{030}	-8,61	0,003	

Nota: Todos estos modelos ajustan mejor que el ANOVA. El último modelo es el que ajusta mejor (testado por medio de los deviances).

c) Variables de esfuerzo financiero (gpap/pib)

Modelos	Coefficientes	Valores de los coeficientes	Valor-P	Proporción de la varianza explicada en el nivel 3
1) Con EFN:	Ordenada, γ_{000}	49,23	0,000	
	efn(*), γ_{010}	-4,60	0,001	47,95
2) Con EFN1:	Ordenada, γ_{000}	46,68	0,000	
	efn1, γ_{010}	6,76	0,006	34,03
3) Con EFN1 y EFN2:	Ordenada, γ_{000}	44,19	0,000	
	efn1, γ_{010}	9,22	0,001	48,35
	efn2, γ_{020}	5,41	0,039	

Nota: Todos estos modelos ajustan mejor que el ANOVA. El último modelo es el que ajusta mejor (testado por medio de los deviances).

d) Variables: recursos de capital, el nivel socioeconómico, y el nivel educativo de la madre promedios por jurisdicción y dummy para todas las provincias menos Cap. Federal.

Modelos	Coefficientes	Valores de los coeficientes	Valor-P	Proporción de la varianza explicada en el nivel 3
1) Con EDUMPRJU:	Ordenada, γ_{000}	49,13	0,000	
	edumpriu(*), γ_{010}	15,56	0,001	49,48
2) Con NSEPRJU:	Ordenada, γ_{000}	49,28	0,000	
	nseprju (*), γ_{010}	25,51	0,000	91,42
3) Con RKJURIS:	Ordenada, γ_{000}	49,34	0,000	
	rkjuris(*), γ_{010}	11,20	0,000	73,97
4) Con DUMRES:	Ordenada, γ_{000}	62,95	0,000	
	dumres, γ_{010}	-14,41	0,012	31,50

Nota: Todos estos modelos, menos el cuarto, ajustan mejor que el ANOVA.

e) Modelos que incluyen la variable PIBN con otras variables de control.

Modelos	Coeeficientes	Valores de los coeficientes	Valor-P	Proporción de la varianza explicada en el nivel 3	Reducción en el coeficiente de PIBN
1) Con RKJURIS:	Ordenada, γ_{000}	49,37	0,000	81,18	49,52
	rkjuris(*), γ_{010}	9,44	0,000		
	pihn(*), γ_{020}	2,17	0,039		
2) Con EDUMPRJU:	Ordenada, γ_{000}	49,19	0,000	67,83	27,65
	edumpriu(*), γ_{010}	12,36	0,030		
	pihn(*), γ_{020}	3,11	0,010		
3) Con GPAPE:	Ordenada, γ_{000}	49,22	0,000	48,42	-35,63
	gpapen(*), γ_{010}	-2,52	0,112		
	pihn(*), γ_{020}	5,83	0,001		
4) Con GAPP:	Ordenada, γ_{000}	49,26	0,000	40,04	4,85
	gpappn(*), γ_{010}	0,25	0,900		
	pihn(*), γ_{020}	4,09	0,050		
5) Con EDUMPRJU y RKJURIS:	Ordenada, γ_{000}	49,31	0,000	86,89	53,70
	edumpriu(*), γ_{010}	6,26	0,077		
	rkjuris(*), γ_{020}	7,54	0,002		
	pihn(*), γ_{030}	1,99	0,043		

(*) Variables centradas respecto a la gran media (la jurisdicción)

Nota: El mejor modelo es el quinto.

Modelo final: Con las variables rkjuris, edumpriu, y pbin.

Efectos Fijos	Coefficiente	Valor-P
Modelo para la media de la escuela π_{0j} :		
- Modelo para la media de la jurisdicción β_{00k} :		
Ordenada, γ_{000}	49,31	0,000
edumpriu(*), γ_{010}	6,26	0,077
rkjuris(*), γ_{020}	7,54	0,002
pihn(*), γ_{030}	1,99	0,043

Efectos aleatorios	componente de la varian	gl	χ^2 -cuadrado	Valor-P
Alumnos (nivel 1), e_{ijk}	135,31			
Escuelas (nivel 2), r_{0jk}	81,94	314	2349,3	0,000
Jurisdicciones (nivel 3), μ_{00k}	3,93	20	36,93	0,012

Descomposición de la varianza	Proporción por nivel
nivel 1	61,18
nivel 2	37,05
nivel 3	16,70

Proporción de la varianza explicada en el nivel : 86,89
Reliability condicional(β_{00}) 0,361
Deviance 37509,62
número de parámetros estimados 7

• Modelos que incluyen la variable PIBN con otras variables de control.

Se supone que el gobierno tiene una función objetivo educativa compuesta por dos objetivos: la dispersión del rendimiento entre jurisdicciones y el cambio en el coeficiente de la variable pibn. El problema de maximización que se le plantea al gobierno (autoridad educativa) es el siguiente:

$$\text{MAX } \xi(\sigma_y^2, \Delta\gamma_{\text{pib}}) = f(\sigma_y^2, \Delta\gamma_{\text{pib}}) \quad (1)$$

sujeto a las restricciones:

$$\sigma_y^2 \leq \sigma_0^2 \quad (2)$$

$$\Delta\gamma_{\text{pib}} \leq 0 \quad (3)$$

donde, σ_y^2 representa la varianza del rendimiento entre jurisdicciones y depende en forma inversa de ξ , y σ_0^2 es el valor inicial para la estimación que incluye sólo la variable pibn (es decir, igual a 40.04%); la otra

variable, $\Delta\gamma_{\text{pib}}$, es el cambio en el coeficiente de la variable pibn respecto a la estimación de esta variable como única variable explicativa ($\gamma_{010} = 4.3$), y depende en forma directa de ξ .

Para maximizar el “bienestar educativo”, el planificador tiene cuatro instrumentos, a saber: i) el nivel educativo de la madre promedio de la jurisdicción, ii) los recursos de capital promedio de la jurisdicción, iii) el nivel del gasto por alumno estatal y iv) el nivel de gasto privado por alumno.

Con el primer instrumento, modelo e (punto 2), la varianza entre jurisdicciones cae un 46.3% respecto a la situación base, en tanto que el coeficiente de pibn aproximadamente un 28%. El gasto privado y estatal por alumno son los instrumentos de menor efectividad. El primero no altera la dispersión del rendimiento, y $\Delta\gamma_{\text{pib}}$ es de sólo el 4.85%. El gasto estatal es, sobre la base de las dos variables objetivo, el peor de todos los instrumentos de política: muestra la menor de las reducciones de la varianza del rendimiento medio entre jurisdicciones después del gasto privado, y es el único instrumento que crea una mayor dependencia entre el pib de la jurisdicción y su rendimiento ($\Delta\gamma_{\text{pib}} > 0$ e igual a 35.63%). El instrumento más efectivo son los recursos de capital promedio de las jurisdicciones, ya que logran la mayor reducción en σ^2_y (68.61%) y en el coeficiente de pibn (49.52%).

- *Modelo final: con las variables rkjuris , edumpnju y pibn .*

El modelo final para la ordenada del nivel 3 está integrado por los recursos de capital promedio de las jurisdicciones, el nivel educativo de la madre promedio por jurisdicción y el producto interno bruto, recodificado en alto, medio y bajo.

Los recursos de capital y el nivel educativo de la madre promedio de las jurisdicciones tienen una relación positiva con el rendimiento medio y son bastantes similares; de 7.54 y 6.26 puntos, respectivamente. Si el pib de una jurisdicción hipotética crece y pasa a un nivel superior, su rendimiento medio aumentará en 2 puntos; un cuarto y un tercio de los impactos de las variables precedentes.

El modelo explica casi un 87% de la varianza del nivel 3. De todas formas, el valor-P para la varianza del nivel 3 es 0.012, por lo que todavía existe una variación del rendimiento medio entre jurisdicciones por ser explicada: en nuestro caso, para jurisdicciones con los mismos niveles educativos de las madres, recursos de capital y pbi .

AÑO 1997

a) Variables de gastos por alumno

Modelos	Coeficientes	Valores de los coeficientes	Valor-P	Proporción de la varianza explicada en el nivel 3
1) Con el gasto por alumno privado recodificado:	Ordenada, γ_{000} gpappn(*), γ_{010}	54,92 3,29	0,000 0,007	28,40
2) Con el gasto por alumno privado bajo y medio:	Ordenada, γ_{000} gpappn1(*), γ_{010} gpappn2(*), γ_{020}	56,01 -6,04 4,66	0,000 0,001 0,011	70,65
3) Con el gasto por alumno privado medio y alto:	Ordenada, γ_{000} gpappn2(*), γ_{010} gpappn3(*), γ_{020}	49,97 10,70 6,04	0,000 0,000 0,001	70,65

(*) Variables centradas respecto a la gran media (la jurisdicción)

b) Variables de PIB (excluye minería)

Modelos	Coeficientes	Valores de los coeficientes	Valor-P	Proporción de la varianza explicada en el nivel 3
1) Con PIBN:	Ordenada, γ_{000} pihn(*), γ_{010}	54,93 3,93	0,000 0,002	35,85
2) Con PIBN1:	Ordenada, γ_{000} pihn1, γ_{010}	57,05 -6,65	0,000 0,002	35,38
3) Con PIBN2 y PIBN3:	Ordenada, γ_{000} pihn2, γ_{020} pihn3, γ_{030}	50,39 5,63 7,83	0,000 0,015 0,002	38,33

(*) Variable centrada respecto a la gran media (la jurisdicción)

Nota: Todos estos modelos ajustan mejor que el ANOVA. El último modelo es el que ajusta mejor (testado por medio de los deviances).

c) Variables de esfuerzo financiero (gpap/pib)

Modelos	Coeficientes	Valores de los coeficientes	Valor-P	Proporción de la varianza explicada en el nivel 3
1) Con EFN:	Ordenada, γ_{000} efn(*), γ_{010}	54,89 -4,21	0,000 0,001	43,60
2) Con EFN1:	Ordenada, γ_{000} efn1, γ_{010}	53,17 4,83	0,000 0,003	19,24
3) Con EFN3:	Ordenada, γ_{000} efn3, γ_{010}	57,42 -7,99	0,000 0,000	50,95
3) Con EFN1 y EFN2:	Ordenada, γ_{000} efn1, γ_{010} efn2, γ_{020}	49,44 8,53 7,40	0,000 0,000 0,001	51,67

(*) Variable centrada respecto a la gran media (la jurisdicción)

Nota: Todos estos modelos ajustan mejor que el ANOVA. El último modelo es el que ajusta mejor (testado por medio de los deviances).

d) *Variables* : recursos de capital, nivel socioeconómico, nivel educativo de la madre y el padre promedio por jurisdicción, y la dummy para todas las provincias menos Cap. Federal.

Modelos	Coefficientes	Valores de los coeficientes	Valor-P	Proporción de la varianza explicada en el nivel 3
1) Con EDUMPRJU:	Ordenada, γ_{000} edumprju(*), γ_{010}	54,91 15,78	0,000 0,086	12,00
2) Con EDUPPRJU:	Ordenada, γ_{000} edupprju(*), γ_{010}	54,91 16,49	0,000 0,059	14,44
3) Con NSEPRJU:	Ordenada, γ_{000} nseprju(*), γ_{010}	54,92 24,16	0,000 0,001	41,13
4) Con RKJURIS:	Ordenada, γ_{000} rkjuris(*), γ_{010}	54,91 6,28	0,000 0,110	10,51
5) Con DUMRES:	Ordenada, γ_{000} dumres, γ_{010}	63,85 -9,31	0,000 0,097	11,24

(*) Variables centradas respecto a la gran media (la jurisdicción)

e) *Modelos que incluyen la variable PIBN con otras variables de control.*

Modelos	Coefficientes	Valores de los coeficientes	Valor-P	Proporción de la varianza explicada en el nivel 3	Reducción en el coeficiente de PIBN
1) Con GPAPE:	Ordenada, γ_{000} gpapen(*), γ_{010} pibn(*), γ_{020}	54,92 -2,24 5,33	0,000 0,096 0,001	43,82	-35,62
2) Con GPAP:	Ordenada, γ_{000} gpappn(*), γ_{010} pibn(*), γ_{020}	54,92 -3,37 6,24	0,000 0,024 0,000	50,04	-58,78

(*) Variables centradas respecto a la gran media (la jurisdicción)

Modelo final: Con las variables gpapn y pibn.

Efectos Fijos	Coefficiente	Valor-P
Modelo para la media de la escuela β_{00} :		
- Modelo para la media de la jurisdicción β_{00k} :		
Ordenada, γ_{000}	54,92	0,000
gpapn(*), γ_{010}	-3,37	0,024
pibn(*), γ_{020}	6,24	0,000

Efectos aleatorios	Componente de la varian	gl	χ^2 -cuadrado	Valor-P
Alumnos (nivel 1), e ijk	181,61			
Escuelas (nivel 2), r 0jk	119,1	1464	8964,35	0,000
Jurisdicciones (nivel 3), μ_{00k}	13,74	22	176,05	0,000

Descomposición de la varianza	Proporción por nivel
nivel 1	57,75
nivel 2	37,88
nivel 3	4,37

Proporción de la varianza explicada en el nivel 3	50,04
Reliability condicional (β_{00})	0,921
Deviance	244109,5
número de parámetros estimados	6

- *Modelos que incluyen la variable PIBN con otras variables de control.*

El valor inicial para la estimación que incluye sólo la variable pibn (es decir, igual a 35.85%); la otra variable, $\Delta\gamma_{pib}$, es el cambio en el coeficiente de la variable pibn respecto a la estimación de esta variable como única variable explicativa ($\gamma_{010} = 3.93$), y depende en forma directa de ξ .

Para maximizar el “bienestar educativo”, el planificador dispone de cinco instrumentos, a saber: i) el nivel educativo de la madre y el padre promedio de la jurisdicción, ii) los recursos de capital promedio de la jurisdicción, iii) el nivel del gasto por alumno estatal, iv) el nivel de gasto privado por alumno y v) el nivel de gasto promedio por alumno.

Para el año 1997, de estos 5 instrumentos sólo se consiguieron estimaciones significativas para el gasto estatal y el gasto promedio, es decir, los tres instrumentos de política restantes son ineficaces para maximizar el función objetivo de la autoridad educativa. Para estos dos tipos de gastos los resultados dejan mucho que desear; ambos crean una mayor dependencia entre el pib de la jurisdicción y su rendimiento, $\Delta\gamma_{pib} > 0$ e igual a 36% y 58% para el gasto estatal y promedio, respectivamente. Sin embargo, ambos reducen la dispersión entre el rendimiento medio de las jurisdicciones respecto a las estimaciones que incluyen sólo el PBI en 12 % (gasto estatal) y 22% (gasto promedio). Así, el hecho de que la autoridad educativa utilice o no

cualquiera de estos dos instrumentos de política dependerá, por un lado, de que la restricción (3) no existiera y, por el otro, de la ponderación en la función ξ de cada una de las variables objetivo.

- *Modelo final: con las variables gpap y pibn.*

Dada la enorme cantidad de variables y sobre todo las correlaciones existentes entre éstas, el modelo final sólo incluye dos. El mecanismo para arribar al modelo final fue el siguiente:

- Dada la elevada correlación entre el pbi y la variable nseproju, se estimaron por separado cada una de éstas con las variables restantes (las variables de gasto, las educativas y los recursos de capital).
- Los mejores modelos para el grupo que incluye el pbi son con el gasto por alumno promedio y estatal, pero el nivel de significación de gpapen es de 0.1 mientras que el de gpap es de 0.02. En la segunda rama de modelos –lo que contienen nseproju–, el modelo final está compuesto por esta variable y los gastos estatales y privados³⁹.
- Habiendo conseguido los modelos que mejor ajustan para estos dos grupos, se testeó cuál de las dos formulaciones para cada grupo era la más apropiada, y finalmente se llegó a la que se encuentra expuesta como modelo final.

El modelo final para la ordenada del nivel 3 está integrado por el gasto promedio y por el producto interno bruto recodificados en altos, medios y bajos.

El producto bruto interno tiene una relación positiva con el rendimiento medio de las jurisdicciones, en tanto la del gasto promedio por alumno, que no era significativa al considerarla en forma aislada, es negativa al controlar por el nivel de pbi. Si el pib de una jurisdicción hipotética crece y pasa a un nivel superior, su rendimiento medio aumentará en 6.21 puntos con el mismo nivel de gasto promedio; y si se el incremento se da en esta última variable el rendimiento medio de la jurisdicción descenderá en 3.4 puntos.

El modelo explica exactamente la mitad de la varianza del nivel 3, por ende, al no ser muy importante la caída en esta varianza –el valor-P para ésta es de cero– queda en consecuencia una variación del rendimiento medio entre jurisdicciones por ser explicada: en nuestro caso, para jurisdicciones con los mismos niveles de producto bruto y de gastos por alumnos promedio.

³⁹ Las estimaciones para este modelo son: gpapen = -2.8; gpappn = 2.23; y nseproju = 26.57. De esto se sigue que al controlar por estos dos gastos educativos la relación *rendimiento medio-nse* entre jurisdicciones es mayor, porque la estimación de nseproju (modelo d) es inferior (24.16). Esto obedece al gasto por alumno estatal ya que su coeficiente es negativo.

Cuadro 3.1. Oneway ANCOVA con efectos aleatorios: NIVEL 1.

AÑO 1993

Modelo final: Con el nivel socioeconómico del alumno y el nivel educativo de la madre

Efectos Fijos	Coefficiente	Valor-P
Modelo para la media de la escuela π_{0j} :		
- Modelo para la media de la jurisdicción β_{00k} : Ordenada, γ_{000}	49,31	0,000
Modelo para la pendiente de edumadre en la escuela π_{1j} :		
- Modelo para la media de la jurisdicción β_{10k} : Ordenada, γ_{100}	1,4	0,000
Modelo para la pendiente de nse en la escuela π_{2j} :		
- Modelo para la media de la jurisdicción β_{20k} : Ordenada, γ_{200}	2,59	0,000

(*) Las variables están centradas alrededor de la gran media. Al modelar la pendiente sin efecto aleatorio se fija que X_{ij} tenga el mismo valor a lo largo de las unidades del nivel :
Nota: el modelo ajusta mejor que el ANOVA

Efectos aleatorios	Componente de la varianza	gl	χ^2 -cuadrado	Valor-P
Alumnos (nivel 1), e ijk	131,98			
Escuelas (nivel 2), r $0jk$	64,77	314	952,95	0,000
Jurisdicciones (nivel 3), μ_{00k}	23,79	23	126,04	0,000

Descomposición de la varianza	Proporción por nivel
nivel 1	58,91
nivel 2	28,91
nivel 3	10,62

Proporción de la varianza explicada en el nivel 1 2,46

AÑO 1997

Modelo final: Con el nivel socioeconómico del alumno, el nivel educativo de la madre y el padre y el capital paraescolar

Efectos Fijos	Coefficiente	Valor-P
Modelo para la media de la escuela π_{0j} :		
- Modelo para la media de la jurisdicción β_{00k} : Ordenada, γ_{000}	55,04	0,000
Modelo para la pendiente de nse en la escuela π_{1j} :		
- Modelo para la media de la jurisdicción β_{10k} : Ordenada, γ_{100}	1,04	0,000
Modelo para la pendiente de edumadre en la escuela π_{2j} :		
- Modelo para la media de la jurisdicción β_{20k} : Ordenada, γ_{200}	1,05	0,000
Modelo para la pendiente de edupadre en la escuela π_{3j} :		
- Modelo para la media de la jurisdicción β_{30k} : Ordenada, γ_{300}	0,57	0,000
Modelo para la pendiente de KH en la escuela π_{4j} :		
- Modelo para la media de la jurisdicción β_{40k} : Ordenada, γ_{400}	2,77	0,000

Efectos aleatorios	Componente de la varianza	gl	χ^2 -cuadrado	Valor-P
Alumnos (nivel 1), e ijk	176,92			
Escuelas (nivel 2), r $0jk$	99,28	1464	5877,37	0,000
Jurisdicciones (nivel 3), μ_{00k}	23,89	24	356	0,000

Descomposición de la varianza	Proporción por nivel
nivel 1	58,96
nivel 2	33,08
nivel 3	7,96

Proporción de la varianza explicada en el nivel 1 2,58

Cuadro 3.2. Oneway ANCOVA con efectos aleatorios: NIVEL 2.

AÑO 1993

Modelo final: Con el nivel socioeconómico y el nivel educativo de la madre promedio de la escuela.

Efectos Fijos	Coeficiente	Valor-P
Modelo para la media de la escuela π_{0j} :		
- Modelo para la media de la jurisdicción β_{00k} :		
Ordenada, γ_{000}	48,68	0,000
Modelo para la pendiente de edumadre en la escuela π_{1j} :		
- Modelo para la media de la jurisdicción β_{10k} :		
Ordenada, γ_{100}	1,27	0,000
- Modelo para nseprom-edumadre β_{11k} :		
Ordenada, γ_{110}	1,03	0,070
Modelo para la pendiente de nse en la escuela π_{2j} :		
- Modelo para la media de la jurisdicción β_{20k} :		
Ordenada, γ_{200}	2,69	0,000
- Modelo para edumprom-nse β_{21k} :		
Ordenada, γ_{210}	2,08	0,006

(*) Variable centrada alrededor de la gran media. Al modelar la pendiente sin efecto aleator se fija que X_{ij} tenga el mismo valor a lo largo de las unidades del nivel 3.

Nota: todos los modelos ajustan mejor que el ANOVA.

Efectos aleatorios	Componente de la varianza	gl	χ^2 -cuadrado	Valor-P
Alumnos (nivel 1), e_{ijk}	128,51			
Escuelas (nivel 2):				
Media de las escuelas, r_{0jk}	60,78	285	878,51	0,000
Media de las escuelas para edumadre, r_{1jk}	0,86	307	360,42	0,019
Media de las escuelas para nse, r_{2jk}	5,62	307	364,7	0,013
Jurisdicciones (nivel 3), μ_{00k}	23,48	23	127,68	0,000

Descomposición de la varianza	Proporción por nivel
nivel 1	58,61
nivel 2	30,68
nivel 3	10,71

Proporción de la varianza explicada en el nivel 2 **18,25**

AÑO 1997

Modelo final: Con RK en la pendiente de nse, privado en la de edumadre, nseprom y edumprom en la de edupadre, y RK y edumprom en la de KH.

Efectos Fijos	Coefficiente	Valor-P
Modelo para la media de la escuela π_{0j} :		
- Modelo para la media de la jurisdicción β_{00k} : Ordenada, γ_{000}	54,76	0,000
Modelo para la pendiente de nse en la escuela π_{1j} :		
- Modelo para la media de la jurisdicción β_{10k} : Ordenada, γ_{100}	1,14	0,000
- Modelo para RK-nse β_{11k} : Ordenada, γ_{110}	0,43	0,015
Modelo para la pendiente de edumadre en la escuela π_{2j} :		
- Modelo para la media de la jurisdicción β_{20k} : Ordenada, γ_{200}	0,96	0,000
- Modelo para privado-edumadre β_{21k} : Ordenada, γ_{210}	0,69	0,035
Modelo para la pendiente de edupadre en la escuela π_{3j} :		
- Modelo para la media de la jurisdicción β_{30k} : Ordenada, γ_{300}	0,52	0,000
- Modelo para nseprom-edupadre β_{31k} : Ordenada, γ_{310}	2,29	0,001
- Modelo para eduprom-edupadre β_{32k} : Ordenada, γ_{320}	-1,41	0,011
Modelo para la pendiente de KH en la escuela π_{4j} :		
- Modelo para la media de la jurisdicción β_{40k} : Ordenada, γ_{400}	2,75	0,000
- Modelo para RK-KH β_{41k} : Ordenada, γ_{410}	0,29	0,072
- Modelo para edumprom-KH β_{42k} : Ordenada, γ_{420}	1,42	0,000

Efectos aleatorios	Componente de la varianza	gl	χ^2 -cuadrado	Valor-P
Alumnos (nivel 1), e ijk	175,11			
Escuelas (nivel 2):				
Media de las escuelas, r 0jk	97,32	1443	7515,19	0,000
Media de las escuelas para edumadre, r 2jk	0,87	1466	1533,04	0,109
Media de las escuelas para KH, r 4jk	2,38	1465	1635,3	0,001
Jurisdicciones (nivel 3), μ_{00k}	23,85	24	360,71	0,000

Descomposición de la varianz	Proporción por nivel
nivel 1	58,46
nivel 2	33,58
nivel 3	7,96

Proporción de la varianza explicada en el nivel 2 **15,55**

Pese a que la modelación de los componentes aleatorios puede parecer contradictoria, en tanto la probabilidad del valor crítico del estadístico χ^2 para el componente aleatorio de la pendiente de edupadre es de 0.01, al modelar las 4 pendientes conjuntamente el supuesto de independencia de los errores entre ecuaciones (pendientes) no se verifica, por lo que los componentes de las varianzas estimadas en la sección de modelos preliminares pierden relevancia. Entonces, se estimaron los 4 componentes aleatorios en forma conjunta arribándose a varianzas estadísticamente nulas (para $ET1 \geq 0.15$) para la pendiente de nse y de edupadre; de ahí la estructura de la parte aleatoria adoptada para el modelo final.

AÑO 1993

Efectos aleatorios	Componente de la varianzæ	Valor-P
Alumnos (nivel 1), e ijk	128,14	0,000
Escuelas (nivel 2):		
Media de las escuelas, r 0jk	82,85	0,000
Media de las escuelas para edumadre, r 1jk	1,2	0,002
Media de las escuelas para nse, r 2jk	7,51	0,001
Jurisdicciones (nivel 3):		
Media de las jurisdicciones, µ 00k	29,91	0,000
Media de las jurisdic. para edumadre, µ 10k	0,02	>0,500
Media de las jurisdic. para nse. µ 20k	0,27	>0,500

Descomposición de la varianza	Proporción por nivel
nivel 1	51,28
nivel 2	36,64
nivel 3	12,08

Proporción de la varianza explicada en el nivel 1	5,30
---	------

AÑO 1997

Modelo a: Variante del modelo final del método ANCOVA para el nivel 1.

Efectos aleatorios	Componente de la varianza	gl	χ^2 -cuadrado	Valor-P
Alumnos (nivel 1), e ijk	173,52			
Escuelas (nivel 2)				
Media de las escuelas, r 0jk	119,57	1407	18482,03	0,000
Media de las escuelas para nse, r 1jk	1,61	1407	1434	0,302
Media de las escuelas para edumadre, r 2jl	1,46	1407	1582,24	0,001
Media de las escuelas para edupadre, r 3jk	1,25	1407	1483,64	0,076
Media de las escuelas para KH, r 4jk	1,69	1407	1550,47	0,004
Jurisdicciones (nivel 3):				
Media de las jurisdicciones, μ 00k	5,24	24	346,94	0,000
Media de las jurisdicciones para nse, μ 10k	0,42	24	20,56	>0,500
Media de las jurisdicciones para edumadre, μ 20k	0,48	24	32,95	0,105
Media de las jurisdicciones para edupadre, μ 30k	0,29	24	23,01	>0,500
Media de las jurisdicciones para KH, μ 40k	0,19	24	18,78	>0,500

Descomposición de la varianzε	Proporción por nivel
nivel 1	56,76
nivel 2	41,08
nivel 3	2,17

Proporción de la varianza explicada en el nivel 1 4,45

Modelo b: Variante del modelo final del método ANCOVA para el nivel 2.

Efectos aleatorios	Componente de la varianza	gl	χ^2 -cuadrado	Valor-P
Alumnos (nivel 1), e ijk	175			
Escuelas (nivel 2)				
Media de las escuelas, r 0jk	119,5	1443	11629,06	0,000
Media de las escuelas para edumadre, r 2jl	0,92	1467	1537,26	0,099
Media de las escuelas para KH, r 4jk	2,47	1466	1637,4	0,001
Jurisdicciones (nivel 3):				
Media de las jurisdicciones, μ 00k	27,05	24	342,17	0,000

Descomposición de la varianzε	Proporción por nivel
nivel 1	53,86
nivel 2	37,82
nivel 3	8,32

Proporción de la varianza explicada en el nivel 2 -3,19

Cuadro 5. A nonrandomly varying slopes models

AÑO 1993

Modelo a : Sin modelar las pendientes del nivel 2.

Efectos Fijos	Coefficientes	Valor-P
Modelo para la media de la escuela π_{0j} :		
- Modelo para la media de la jurisdicción β_{00k} :		
Ordenada, γ_{000}	48,23	0,000
edumpriu(*), γ_{001}	3,5	0,300
rkjuris(*), γ_{002}	6,58	0,003
pihn(*), γ_{003}	2,02	0,034
- Modelo para la media de las jurisdicc. para las esc. públicas municipales β_{01k} :		
Ordenada, γ_{010}	7,4	0,006
- Modelo para la media de las jurisdicc. para las esc. privadas β_{02k} :		
Ordenada, γ_{020}	5,5	0,000
- Modelo para la media de las jurisdicc. para RK β_{03k} :		
Ordenada, γ_{030}	0,94	0,089
- Modelo para la media de las jurisdicc. para edumprom β_{04k} :		
Ordenada, γ_{040}	6,44	0,000
Esfuerzo financiero, γ_{041}	-1,98	0,040
- Modelo para la media de las jurisdicc. para nseprom β_{05k} :		
Ordenada, γ_{050}	6,4	0,001
Modelo para la pendiente de edumadre en la escuela π_{1j} :		
- Modelo para la media de la jurisdicción β_{10k} :		
Ordenada, γ_{100}	1,07	0,000
- Modelo para nseprom-edumadre β_{11k} :		
Ordenada, γ_{110}	1,46	0,019
Modelo para la pendiente de nse en la escuela π_{2j} :		
- Modelo para la media de la jurisdicción β_{20k} :		
Ordenada, γ_{200}	2,02	0,000

(*) Variables centrada alrededor de la media grupal (jurisdicción

Nota: este modelo ajusta mejor que el modelo b del punto 5

Efectos aleatorios	Componente de la varianz	Valor-P
Alumnos (nivel 1), e_{ijk}	128,32	
Escuelas (nivel 2):		
Media de las escuelas, r_{0jk}	37,24	0,000
Media de las escuelas para edumadre, r_{1jl}	1,12	0,016
Media de las escuelas para nse, r_{2jl}	2,77	0,008
Jurisdicciones (nivel 3):		
Media de las jurisdicciones, μ_{00k}	6,35	0,000

Descomposición de la varianz	Proporción por nivel
nivel 1	72,99
nivel 2	23,40
nivel 3	3,61

Proporción de la varianza explicada en el nivel 3

77,87

Modelo b. : Modelando las pendientes del nivel 2.

Efectos Fijos	Coeficientes	Valor-P
Modelo para la media de la escuela μ_{0j} :		
- Modelo para la media de la jurisdicción β_{00k} :		
Ordenada, γ_{000}	48,23	0,000
edumprju(*), γ_{001}	3,5	0,300
rkjuris(*), γ_{002}	6,58	0,003
pibn(*), γ_{003}	2,01	0,035
- Modelo para la media de las jurisdicc. para las esc. públicas municipales β_{01k} :		
Ordenada, γ_{010}	7,41	0,006
- Modelo para la media de las jurisdicc. para las esc. privadas β_{02k} :		
Ordenada, γ_{020}	5,5	0,000
- Modelo para la media de las jurisdicc. para RK β_{03k} :		
Ordenada, γ_{030}	0,94	0,088
- Modelo para la media de las jurisdicc. para edumprom β_{04k} :		
Ordenada, γ_{040}	6,45	0,000
Esfuerzo financiero, γ_{041}	-1,96	0,042
- Modelo para la media de las jurisdicc. para nseprom β_{05k} :		
Ordenada, γ_{050}	6,43	0,001
Modelo para la pendiente de edumadre en la escuela π_{1j} :		
- Modelo para la media de la jurisdicción β_{10k} :		
Ordenada, γ_{100}	1,08	0,000
- Modelo para nseprom-edumadre β_{11k} :		
Ordenada, γ_{110}	1,34	0,031
PIBN, γ_{111}	-1,09	0,134
Modelo para la pendiente de nse en la escuela π_{2j} :		
- Modelo para la media de la jurisdicción β_{20k} :		
Ordenada, γ_{200}	2	0,000

(*) Variables centrada alrededor de la media grupal (jurisdicción).

Efectos aleatorios	Componente de la varianza	Valor-P
Alumnos (nivel 1), e ijk	128,33	
Escuelas (nivel 2):		
Media de las escuelas, r_{0jk}	37,24	0,000
Media de las escuelas para edumadre, r_{1jl}	1,05	0,016
Media de las escuelas para nse, r_{2jl}	7,71	0,008
Jurisdicciones (nivel 3):		
Media de las jurisdicciones, μ_{00k}	6,36	0,000

Descomposición de la varianza	Proporción por nivel
nivel 1	73,00
nivel 2	26,17
nivel 3	3,62

Proporción de la varianza explicada en el nivel 3 **77,84**

AÑO 1997

1) Sin modelar las pendientes del nivel 2.

A) Modelo base

Efectos Fijos	Coefficiente	Valor-P
Modelo para la media de la escuela π_{0j} :		
- Modelo para la media de la jurisdicción β_{00k} :		
Ordenada, γ_{000}	54,54	0,000
gpap(*), γ_{001}	-3,24	0,015
pihn(*), γ_{002}	6,06	0,000
- Modelo para la media de las jurisdicc. para las esc. privadas β_{01k} :		
Ordenada, γ_{010}	2,58	0,004
- Modelo para la media de las jurisdicc. para RK β_{02k} :		
Ordenada, γ_{020}	1,05	0,004
- Modelo para la media de las jurisdicc. para nseprom β_{03k} :		
Ordenada, γ_{030}	9,12	0,001
- Modelo para la media de las jurisdicc. para edumprom β_{04k} :		
Ordenada, γ_{040}	6,35	0,001
Modelo para la pendiente de nse en la escuela π_{1j} :		
- Modelo para la media de la jurisdicción β_{10k} :		
Ordenada, γ_{100}	0,71	0,001
- Modelo para RK-nse (β_{11k}):		
Ordenada, γ_{110}	0,36	0,049
Modelo para la pendiente de edumadre en la escuela π_{2j} :		
- Modelo para la media de la jurisdicción β_{20k} :		
Ordenada, γ_{200}	0,92	0,000
Modelo para la pendiente de edupadre en la escuela π_{3j} :		
- Modelo para la media de la jurisdicción β_{30k} :		
Ordenada, γ_{300}	0,43	0,002
- Modelo para nseprom-edupadre β_{31k} :		
Ordenada, γ_{310}	1,5	0,049
- Modelo para eduprom-edupadre β_{32k} :		
Ordenada, γ_{320}	-0,97	0,134
Modelo para la pendiente de KH en la escuela π_{4j} :		
- Modelo para la media de la jurisdicción β_{40k} :		
Ordenada, γ_{400}	2,62	0,000
- Modelo para eduprom-KH β_{41k} :		
Ordenada, γ_{410}	1,19	0,000

Efectos aleatorios	Componente de la varianza	gl	χ^2 -cuadrado	Valor-P
Alumnos (nivel 1), e ijk	175,7			
Escuelas (nivel 2):				
Media de las escuelas, r $0jk$	67,55	1354	6136,36	0,000
Media de las escuelas para KH, r $4jk$	2,43	1477	1635,09	0,003
Jurisdicciones (nivel 3):				
Media de las jurisdicciones, μ_{00k}	14,76	22	232,21	0,000
Media de las jurisdicciones para privado, μ_{10k}	1,12	24	27,54	0,279
Media de las jurisdicciones para RK, μ_{20k}	0,48	24	27,97	0,261
Media de las jurisdicciones para nseprom, μ_{30k}	53,07	24	43,29	0,009
Media de las jurisdicciones para edumprom, μ_{40k}	26,39	24	37,45	0,039

Descomposición de la varianza	Proporción por nivel
nivel 1	51,45
nivel 2	20,49
nivel 3	28,06

La idea subyacente al estimar el modelo base es sólo de orden empírico. La razón es que, dada la gran cantidad de coeficientes y de componentes aleatorios que tienen asociados, la modelación y la posibilidad de convergencia en un número razonable iteraciones se ve seriamente perjudicada. Por ello es que, sobre la base de este modelo, se establece cuál de los errores del nivel 3 –que dependen de los coeficientes incluidos en la ordenada del nivel 2- merecen o no que sean fijos, es decir, nulos, entre jurisdicciones.

En la sección aleatoria del modelo base correspondiente al nivel 3, de los cinco errores aleatorios, la varianza de dos de éstos son nulos estadísticamente. El primero, que es la varianza del rendimiento medio de las escuelas privadas controlado por los recursos de capital, y el nivel socioeconómico y educativo de la madre promedio de la escuela, no difiere entre jurisdicciones [$\text{var}(\mu_{10k})$]. El segundo, nos dice que hay suficiente evidencia como para afirmar que la relación entre los recursos de capital y el rendimiento medio de las escuelas no difiere entre jurisdicciones, esto es, se acepta la hipótesis nula de que la $\text{var}(\mu_{20k}) = 0$. En oposición, el rendimiento medio de las escuelas públicas controlado por nseprom, edumprom y RK si difiere entre las unidades del nivel 3 (μ_{00k}); al igual que las relaciones entre el rendimiento medio de las

escuelas con el nivel socioeconómico y nivel educativo de la madre promedio de éstas, con sus respectivos controles.

Basándose en el comportamiento que se verifica en la los errores del nivel 3, resulta aconsejable, o más bien es necesario fijar en cero las varianzas de la media de las jurisdicciones para la dummy privado y para RK.

B) Modelos preliminares

Modelación de los coeficientes (β 0i)	Coeficientes	Valores de los coeficientes	Valor-P
1) Para privado (β 01):	Ordenada, γ_{010}	2,54	0,001
	eduprju(*), γ_{011}	10,86	0,063
	Ordenada, γ_{010}	2,54	0,001
	edumprju(*), γ_{011}	11,21	0,072
2) Para RK (β 02):	Ordenada, γ_{020}	6,52	0,013
	gpappn(*), γ_{021}	0,53	0,117
	dumres, γ_{022}	-5,55	0,034
3) Para nseprom (β 03):	Ordenada, γ_{030}	8,07	0,004
	gpappn(*), γ_{031}	1,69	0,061
	rkjuris(*), γ_{032}	5,54	0,065
4) Para edumprom (β 04):	Ordenada, γ_{040}	6,09	0,003
	gpappn(*), γ_{041}	2,32	0,032
	nseproju(*), γ_{042}	14,35	0,032
	pbin(*), γ_{043}	-2,5	0,094

C) Modelo final

Efectos Fijos	Coefficiente	Valor-P
Modelo para la media de la escuela π_{0j} :		
- Modelo para la media de la jurisdicción β_{00k} :		
Ordenada, γ_{000}	53,25	0,000
gpap(*), γ_{001}	-3,35	0,015
pibn(*), γ_{002}	6,16	0,000
- Modelo para la media de las jurisdicc. para las esc. privadas β_{01k} :		
Ordenada, γ_{010}	2,48	0,002
edupprju(*), γ_{011}	10,31	0,084
- Modelo para la media de las jurisdicc. para RK β_{02k} :		
Ordenada, γ_{020}	1	0,001
- Modelo para la media de las jurisdicc. para nseprom β_{03k} :		
Ordenada, γ_{030}	7,93	0,003
rkjuris(*), γ_{031}	7,1	0,037
- Modelo para la media de las jurisdicc. para edumprom β_{04k} :		
Ordenada, γ_{040}	5,61	0,004
gpappn, γ_{041}	2,5	0,022
pbin(*), γ_{042}	-1,86	0,138
Modelo para la pendiente de nse en la escuela π_{1j} :		
- Modelo para la media de la jurisdicción β_{10k} :		
Ordenada, γ_{100}	0,71	0,001
- Modelo para RK-nse (β_{11k}):		
Ordenada, γ_{110}	0,34	0,066
Modelo para la pendiente de edumadre en la escuela π_{2j} :		
- Modelo para la media de la jurisdicción β_{20k} :		
Ordenada, γ_{200}	0,91	0,000
Modelo para la pendiente de edupadre en la escuela π_{3j} :		
- Modelo para la media de la jurisdicción β_{30k} :		
Ordenada, γ_{300}	0,43	0,002
- Modelo para nseprom-edupadre β_{31k} :		
Ordenada, γ_{310}	0,67	0,023
Modelo para la pendiente de KH en la escuela π_{4j} :		
- Modelo para la media de la jurisdicción β_{40k} :		
Ordenada, γ_{400}	2,62	0,000
- Modelo para edumprom-KH β_{41k} :		
Ordenada, γ_{410}	1,16	0,000

Efectos aleatorios	Componente de la varianza	gl	χ^2 -cuadrado	Valor-P
Alumnos (nivel 1), e ijk	175,7			
Escuelas (nivel 2):				
Media de las escuelas, r_{0jk}	67,24	1402	6417,75	0,000
Media de las escuelas para KH, r_{4jk}	2,49	1477	1634,66	0,003
Jurisdicciones (nivel 3):				
Media de las jurisdicciones, μ_{00k}	13,67	22	279,92	0,000
Media de las jurisdicciones para nseprom, μ_{30k}	52,69	23	44,82	0,004
Media de las jurisdicciones para edumprom, μ_{40k}	24,95	22	38,07	0,018

Descomposición de la varianza	Proporción por nivel
nivel 1	52,18
nivel 2	20,71
nivel 3	27,12

2) Modelando las pendientes del nivel 2.

A) Modelo final

Efectos Fijos	Coeficiente	Valor-P
Modelo para la media de la escuela (π_{0j}) :		
- Modelo para la media de la jurisdicción (β_{00k}):		
Ordenada, γ_{000}	53,21	0,000
gpap(*), γ_{001}	-3,39	0,014
pibn(*), γ_{002}	5,99	0,000
- Modelo para la media de las jurisdicc. para las esc. privadas (β_{01k}):		
Ordenada, γ_{010}	2,43	0,002
edupprju(*), γ_{011}	8,35	0,152
- Modelo para la media de las jurisdicc. para RK (β_{02k}):		
Ordenada, γ_{020}	1	0,001
- Modelo para la media de las jurisdicc. para nseprom (β_{03k}):		
Ordenada, γ_{030}	8,1	0,003
rkjuris(*), γ_{031}	4,9	0,103
- Modelo para la media de las jurisdicc. para edumprom (β_{04k}):		
Ordenada, γ_{040}	5,52	0,004
gpappn, γ_{041}	1,16	0,093
Modelo para la pendiente de nse en la escuela (π_{1j}) :		
- Modelo para la media de la jurisdicción (β_{10k}):		
Ordenada, γ_{100}	0,84	0,000
edumprrju(*), γ_{101}	-4,34	0,061
nseproju(*), γ_{102}	5,74	0,004
- Modelo para RK-nse (β_{11k}):		
Ordenada, γ_{110}	0,41	0,032
nseproju(*), γ_{111}	2,68	0,053
Modelo para la pendiente de edumadre en la escuela (π_{2j}) :		
- Modelo para la media de la jurisdicción (β_{20k}):		
Ordenada, γ_{200}	0,94	0,000
gpappn(*), γ_{201}	0,37	0,017
Modelo para la pendiente de edupadre en la escuela (π_{3j}) :		
- Modelo para la media de la jurisdicción (β_{30k}):		
Ordenada, γ_{300}	0,45	0,002
gpappn(*), γ_{301}	0,17	0,252
- Modelo para nseprom-edupadre (β_{31k}):		
Ordenada, γ_{310}	0,71	0,016
Modelo para la pendiente de KH en la escuela (π_{4j}) :		
- Modelo para la media de la jurisdicción (β_{40k}):		
Ordenada, γ_{400}	2,62	0,000
pbin(*), γ_{401}	0,27	0,110
- Modelo para edumprom-KH (β_{41k}):		
Ordenada, γ_{410}	0,75	0,049
pbin1, γ_{411}	0,97	0,096

Efectos aleatorios	Componente de la varianza	gl	χ^2 -cuadrado	Valor-P
Alumnos (nivel 1), e ijk	175,42			
Escuelas (nivel 2):				
Media de las escuelas, r 0jk	67,38	1402	6435,68	0,000
Media de las escuelas para KH, r 4jk	2,39	1477	1628,6	0,004
Jurisdicciones (nivel 3):				
Media de las jurisdicciones, μ_{00k}	13,45	22	274,6	0,000
Media de las jurisdicciones para nseprom, μ_{30k}	51,5	23	45,37	0,004
Media de las jurisdicciones para edumprom, μ_{40k}	24,28	23	38,73	0,021

Descomposición de la varianza	Proporción por nivel
nivel 1	52,45
nivel 2	20,86
nivel 3	26,68

Cuadro 6. An Intercepts and Solpes-as-Outcomes Model (Full Model)

Es el mismo, en ambos años, que los modelos finales de cada uno de los grupos del paso anterior.

Cuadro 7. Proporción de la varianza explicada por los modelos finales

AÑO 1993

Modelos	Nivel 2			Nivel 3
	Rendimiento promedio de las escuelas Var (π_{0j})	Nivel educativo de la madre Var (π_{1j})	Nivel socioeconómico Var (π_{2j})	Rendimiento promedio de las jurisdicciones Var (β_{0j})
Random coefficients (modelo b)	83,13	0,94	7,68	28,7
Full Model (modelo a)	37,24	1,12	2,77	6,35
Proporción de la varianza explicada	55,20	-19,15	63,93	77,87
Full Model (modelo b)	37,24	1,05	7,71	6,36
Proporción de la varianza explicada	55,20	-11,70	-0,39	77,84

En el cuadro 7 se expone la contribución en la explicación de las varianzas del nivel 2 y 3 por los dos modelos precedentes en base al modelo b de la etapa 4. Respecto a la varianza de las escuelas, al ser iguales en estos modelos las formulaciones para la media de las escuelas, ambos explican la misma proporción: el 55,20 %. Por consiguiente, más de la mitad de la discrepancia en el rendimiento medio entre escuelas es explicado por las cinco siguientes variables: dummies para las escuelas públicas municipales y privadas, recursos de capital, nivel socioeconómico y el nivel educativo promedio de la madre de las escuelas. Pese a que las varianzas para las pendientes del nivel educativo de la madre y el nivel socioeconómico no incluyen ninguna variable adicional respecto al modelo b –random coefficients models–, éstas cambian. Las modificaciones de ambas varianzas no responden a cuestiones teóricas; sólo a la dependencia de los cinco predictores precedentes con las varianzas de π_{1j} y π_{2j} .

En segundo lugar, respecto a la varianza del nivel 3, las variables *edumprju*, *rkjuris* y *pibn* reducen la varianza en el rendimiento medio de las jurisdicciones en un 78% respecto al modelo de coeficientes aleatorios (modelo b).

Finalmente, paralelamente a las reducciones en las varianzas del nivel 2 y 3 existe una caída en la participación de ambas varianzas en la varianza total, con el consecuente aumento de la participación de la varianza a nivel del alumno. Esto responde a que resulta sumamente difícil –por medio de las variables que se suponen que definen el nivel 1– explicar la varianza del nivel 1 (la mayor reducción en ésta es de 5.3%).

AÑO 1997

Modelos	Nivel 2		Nivel 3
	Rendimiento promedio de las escuelas Var (π_{0j})	Pendiente del capital paraescolar (KH) en la escuela Var (π_{4j})	Rendimiento promedio de las jurisdicciones Var (β_{0j})
Random coefficients (modelo b)	119,47	2,50	27,53
Full Model (modelo 1)	67,24	2,49	13,67
Proporción de la varianza explicada	43,72	0,40	50,35
Full Model (modelo 2)	67,38	2,39	13,45
Proporción de la varianza explicada	43,60	4,40	51,14

Para 1997, se observa que la varianza en el rendimiento medio entre las escuelas cae a la mitad si se controla por el nivel educativo de la madre y socioeconómico promedio de la escuela, y los recursos de capital de la escuela, y por la variable dummy privado. Por otro parte, la variabilidad en la relación entre el capital paraescolar y el rendimiento desciende entre un 0.4% y un 4.4% al controlar por el nivel educativo promedio de la madre de la escuela –la discrepancia se debe entre el modelo 1 y 2 a que este último incluye más predictores en el nivel 3.

En el nivel 3, el PBI y el gasto promedio por alumno van acompañados de disminuciones en la dispersión del rendimiento medio entre las jurisdicciones también de un 50% aproximadamente.

Cuadro 8. Cuantificación de los efectos composicionales.

AÑO 1993

Efecto composicional	Clasificaciones						
	Resto del país	Gastos estatal por alumno	Gastos privado por alumno	Gastos promedio por alumno	PIBN	Esfuerzo financiero	Recursos de capital
a) Relación del nivel socioeconómico de la jurisdicción con el rendimiento promedio de ésta.	5,13	*****	4,42	*****	3,55	5,72	*****
b) Efecto del sector social en el rendimiento en base a la clasificación de las jurisdicciones.							
clase social baja (=1)	-19,12	-1,62	-1,04	-1,68	-0,40	-4,48	-1,97
clase social media (= 2)	-13,99	0,93	1,89	0,90	2,04	-2,87	0,68
clase social alta (= 3)	-8,86	3,48	4,82	3,48	4,48	-1,26	3,33

Nota: todos los efectos se calcularon estimando en forma separada los coeficientes necesarios para cada uno de los efectos composicionales.

Los efectos composicionales no presentados significan que éste, para la clasificación elegida, es no significativo.

AÑO 1997

Efecto composicional	Clasificaciones						
	Resto del país	Gastos estatal por alumno	Gastos privado por alumno	Gastos promedio por alumno	PIBN	Esfuerzo financiero	Recursos de capital
a) Relación del nivel socioeconómico de la jurisdicción con el rendimiento promedio de ésta.	3,73	*****	*****	*****	*****	4,9	*****
b) Efecto del sector social en el rendimiento en base a la clasificación de las jurisdicciones.							
clase social baja (=1)	-14,78	-2,93	*****	-3,32	*****	-4,70	-6,45
clase social media (= 2)	-11,04	-1,06	*****	-1,28	*****	-3,66	-4,68
clase social alta (= 3)	-7,30	0,81	*****	0,76	*****	-2,62	-2,91

Cuadro 9.1. Coeficientes de los tests de efectividad y equidad de las jurisdicciones

AÑO 1993

I) EFECTIVIDAD

Hipótesis	Coeficientes	Probabilidad
a) PBI (PBIN3):		
<i>Sin controlar por ninguna variable:</i>		
- pbin3	6,34	0,01
<i>Con variables de control</i>		
gpappn (1): - pbin3	*****	*****
gpapen : - pbin3	*****	*****
gpapn: - pbin3	*****	*****
efn - pbin3	3,22	0,18
efn1: - pbin3	4,51	0,06
efn2: - pbin3	*****	*****
efn3: - pbin3	3,56	0,15
RK: - pbin3	3,42	0,05
b) EDUMPRJU:		
<i>Sin controlar por ninguna variable:</i>		
- edumprju	14,97	0,00
<i>Con variables de control</i>		
gpappn: - edumprju	14,72	0,00
gpapen: - edumprju	*****	*****
gpapn: - edumprju	*****	*****
efn: - edumprju	12,40	0,00
efn3: - edumprju	13,74	0,00
RK: - edumprju	6,52	0,09
c) NSEPROJU:		
<i>Sin controlar por ninguna variable:</i>		
- nseproju	24,66	0,00
<i>Con variables de control</i>		
gpappn: - nseproju	*****	*****
gpapen: - nseproju	*****	*****
gpapn: - nseproju	*****	*****
efn: - nseproju	21,32	0,00
RK: - nseproju	*****	*****

(1) El asterisco indica que las variables son no significativas para alfas mayores a 0.1

II) EQUIDAD

Hipótesis (2)	Coeficientes	Probabilidad
<i>Con variables de control</i>		
gpappn:	0,71	0,11
gpappn1:	*****	*****
gpappn2:	*****	*****
gpappn3:	1,29	0,12
gpapen:	*****	*****
gpapen1:	*****	*****
gpapen2:	*****	*****
gpapen3:	*****	*****
gpapn:	*****	*****
gpapn1:	*****	*****
gpapn2:	*****	*****
gpapn3:	*****	*****
efn:	-0,63	0,15
efn1:	1,35	0,08
efn2:	*****	*****
efn3:	*****	*****
rkjuris	*****	*****

(2) Los coeficientes corresponden a la modelación decada una de estas variables en lapendiente de nse (a nivel del alumno)

AÑO 1997

I) EFECTIVIDAD

Hipótesis		Coefficientes	Probabilidad
a) PBI (PBI3):			
<i>Sin controlar por ninguna variable:</i>			
- pbin3		4,55	0,04
<i>Con variables de control :</i>			
gpappn: - pbin3		2,67	0,28
gpapen (1): - pbin3		*****	*****
gpapn: - pbin3		*****	*****
efn - pbin3		1,60	0,40
efn1: - pbin3		1,96	0,36
efn2: - pbin3		5,94	0,01
efn3: - pbin3		3,08	0,08
RK: - pbin3		*****	*****
b) EDUMPRJU:			
<i>Sin controlar por ninguna variable:</i>			
- edumprju		17,25	0,05
<i>Con variables de control :</i>			
gpappn: - edumprju		14,01	0,09
gpapen: - edumprju		*****	*****
gpapn: - edumprju		*****	*****
efn: - edumprju		13,21	0,06
efn3: - edumprju		15,88	0,02
RK: - edumprju		*****	*****
c) NSEPROJU:			
<i>Sin controlar por ninguna variable:</i>			
- nseproju		26,85	0,00
<i>Con variables de control :</i>			
gpappn: - nseproju		*****	*****
gpapen: - nseproju		*****	*****
gpapn: - nseproju		32,95	0,00
efn: - nseproju		18,52	0,00
RK: - nseproju		*****	*****

(1) El asterisco indica que las variables son no significativas para alfas mayores a 0.

II) EQUIDAD

Hipótesis (2)	Coeficientes	Probabilidad
<i>Con variables de control</i>		
gpappn:	0,55	0,01
gpappn1:	-1,25	0,00
gpappn2:	0,79	0,04
gpappn3:	0,56	0,13
gpapen:	*****	*****
gpapen1:	*****	*****
gpapen2:	*****	*****
gpapen3:	*****	*****
gpapn:	*****	*****
gpapn1:	*****	*****
gpapn2:	*****	*****
gpapn3:	*****	*****
efn:	-0,41	0,04
efn1:	*****	*****
efn2:	*****	*****
efn3:	-0,81	0,02
rkjuris	1,69	0,01

(2) Los coeficientes corresponden a la modelación decada una de estas variables en lapendiente de nse (a nivel del alumno)

Cuadro 9.2. Efectividad y equidad en las jurisdicciones para distintas variables de background

AÑO 1993

I) Efectividad

Hipótesis	Decisión (*)		
	Se acepta	Se rechaza	Son igualmente efectivas
a) Respecto a PBN3 (jurisdicciones de PBI alto)			
Las jurisdicciones de PBI alto son más efectivas que las de PBI bajo y medio para un mismo nivel de esfuerzo financiero		X	
Las jurisdicciones de PBI alto son más efectivas que las de PBI bajo y medio para un mismo nivel de esfuerzo financiero bajo		X	
Las jurisdicciones de PBI alto son más efectivas que las de PBI bajo y medio para un mismo nivel de esfuerzo financiero alto		X	
Las jurisdicciones de PBI alto son más efectivas que las de PBI bajo y medio para un mismo nivel de recursos de capital			X
b) Respecto al nivel educativo promedio de la madre de la jurisdicción (EDUMPRJU)			
Una jurisdicción con el mismo nivel de gasto privado por alumno que otra jurisdicción pero con un mayor nivel educativo de la madre promedio es más efectiva	X		
Una jurisdicción con el mismo nivel de esfuerzo financiero que otra jurisdicción pero con un mayor nivel educativo de la madre promedio es más efectiva	X		
Una jurisdicción con el mismo nivel de esfuerzo financiero alto que otra jurisdicción pero con un mayor nivel educativo de la madre promedio es más efectiva	X		
Una jurisdicción con el mismo nivel de recursos de capital que otra jurisdicción pero con un mayor nivel educativo de la madre promedio es más efectiva		X	
d) Respecto al nivel socioeconómico promedio de la jurisdicción (NSEPROJU)			
Una jurisdicción con el mismo nivel de esfuerzo financiero que otra jurisdicción pero con un mayor nivel socioeconómico promedio es más efectiva	X		

(*) Se toma un alfa = 0,05

AÑO 1997

I) Efectividad

Hipótesis	Decisión (*)		
	Se acepta	Se rechaza	Son igualmente efectivas
a) Respecto a PBN3 (jurisdicciones de PBI alto)			
Las jurisdicciones de PBI alto son más efectivas que las de PBI bajo y medio para un mismo nivel de gasto privado por alumno		X	
Las jurisdicciones de PBI alto son más efectivas que las de PBI bajo y medio para un mismo nivel de esfuerzo financiero		X	
Las jurisdicciones de PBI alto son más efectivas que las de PBI bajo y medio para un mismo nivel de esfuerzo financiero bajo		X	
Las jurisdicciones de PBI alto son más efectivas que las de PBI bajo y medio para un mismo nivel de esfuerzo financiero medio	X		
Las jurisdicciones de PBI alto son más efectivas que las de PBI bajo y medio para un mismo nivel de esfuerzo financiero alto		X	
b) Respecto al nivel educativo promedio de la madre de la jurisdicción (EDUMPRJU)			
Una jurisdicción con el mismo nivel de gasto privado por alumno que otra jurisdicción pero con un mayor nivel educativo de la madre promedio es más efectiva		X	
Una jurisdicción con el mismo nivel de esfuerzo financiero que otra jurisdicción pero con un mayor nivel educativo de la madre promedio es más efectiva		X	
Una jurisdicción con el mismo nivel de esfuerzo financiero alto que otra jurisdicción pero con un mayor nivel educativo de la madre promedio es más efectiva	X		
c) Respecto al nivel socioeconómico promedio de la jurisdicción (NSEPROJU)			
Una jurisdicción con el mismo nivel de gasto promedio por alumno que otra jurisdicción pero con un mayor nivel socioeconómico promedio es más efectiva	X		
Una jurisdicción con el mismo nivel de esfuerzo financiero que otra jurisdicción pero con un mayor nivel socioeconómico promedio es más efectiva	X		

(*) Se toma un alfa = 0,05

II) Equidad

Hipótesis	Decisión			
	Se acepta	Se rechaza	Son equitativamente iguales	Son inequitativamente iguales
a) Variables de gasto (1):				
Las jurisdicciones con un gasto privado por alumno mayor al promedio son más equitativas que las que tienen un gasto privado por alumno igual a la media del país		X		
Las jurisdicciones con un gasto privado por alumno bajo son más equitativas que las que tienen un gasto privado por alumno medio y alto	X			
Las jurisdicciones con un gasto privado por alumno medio son más equitativas que las que tienen un gasto privado por alumno bajo y alto (2)				X
b) Variables de esfuerzo financiero:				
Las jurisdicciones con un esfuerzo financiero mayor al promedio son más equitativas que las que tienen un esfuerzo financiero igual a la media del país			X	
Las jurisdicciones con un esfuerzo financiero alto son más equitativas que las que tienen un esfuerzo financiero bajo y medio	X			
c) Variable de recurso de capital:				
Las jurisdicciones con un nivel de recursos de capital mayor al promedio son más equitativas que las que tienen un nivel de recursos de capital igual a la media del país		X		

(1) Tanto el gasto por alumno estatal como promedio no muestran ningún vínculo con la equidad, es decir, sus estimaciones son no significativas (alfa = 0,05)

(2) La dummy de las jurisdicciones de gasto privado por alumno elevado es no significativa

Cuadro 10.1. Distribución de rendimiento promedio de las provincias (jurisdicciones) y estimadores de las brechas en el rendimiento.

AÑO 1993

	Coeficientes	Desviación estándar	Probabilidad
Rendimiento promedio provincial β_{00}	49,19	1,24	0,000
Brecha educativa (*) entre las escuelas β_{01}	6,88	1,51	0,000
Brecha social entre las escuelas β_{02}	8,02	1,99	0,001
Brecha educativa dentro de las escuelas β_{10}	1,14	0,25	0,000
Brecha social dentro de las escuelas β_{20}	2,04	0,43	0,000

(*) La brecha educativa es medida por el nivel educativo de la madre.

Cuadro 10.2. Correlación entre el rendimiento promedio de las provincias (jurisdicciones) y los estimadores de las brechas en el rendimiento.

	Rendimiento promedio provincial	Brecha educativa entre las escuelas	Brecha social entre las escuelas	Brecha educativa dentro de las escuelas	Brecha social dentro de las escuelas
Rendimiento promedio provincial	1,00	0,94	-0,57	0,31	0,67
Brecha educativa entre las escuelas		1,00	-0,73	0,05	0,51
Brecha social entre las escuelas			1,00	0,55	0,19
Brecha educativa dentro de las escuelas				1,00	0,77
Brecha social dentro de las escuelas					1,00

Cuadro 10.3. Distribución de rendimiento promedio de las provincias (jurisdicciones) y estimadores de las brechas en el rendimiento.

AÑO 1997

	Coeficientes	Desviación estándar	Probabilidad
Rendimiento promedio provincial β_{00}	54,86	1,10	0,000
Brecha social entre las escuelas β_{01}	6,86	1,82	0,000
Brecha educativa 1 entre las escuelas β_{02} (*)	5,88	1,61	0,000
Brecha educativa 2 entre las escuelas β_{03}	1,86	1,56	0,230
Brecha en capital paraescolar entre las escuelas β_{04}	5,07	1,19	0,000
Brecha social dentro de las escuelas β_{10}	0,67	0,2	0,001
Brecha educativa 1 dentro de las escuelas β_{20}	0,92	0,14	0,000
Brecha educativa 2 dentro de las escuelas β_{30}	0,46	0,14	0,001
Brecha en capital paraescolar dentro las escuelas β_{40}	2,65	0,13	0,000

(*) La brecha educativa 1 es medida por el nivel educativo de la madre y la 2 por el nivel educativo del padre

En el año 97 no se pudo generar una “buena” matriz beta, por lo que no fue posible realizar el análisis de las correlaciones entre las brechas.